

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

LUIS ANTONIO DUARTE ISFER

APLICAÇÃO DE TÉCNICAS DE IDENTIFICAÇÃO E
CONTROLE FRACIONÁRIOS À INDÚSTRIA
PETROQUÍMICA

Curitiba
2009

LUIS ANTONIO DUARTE ISFER

APLICAÇÃO DE TÉCNICAS DE IDENTIFICAÇÃO E
CONTROLE FRACIONÁRIOS À INDÚSTRIA
PETROQUÍMICA

Dissertação apresentada ao Curso de Pós-Graduação em Engenharia Química, Área de Concentração em Modelagem, Simulação, Otimização e Controle de Processos, Departamento de Engenharia Química, Setor de Tecnologia, Universidade Federal do Paraná, como parte das exigências para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Química

Orientador: Prof. Dr. Marcelo Kaminski Lenzi

Co-orientador: Prof. Dr. Luiz Augusto da Cruz Meleiro

Curitiba
2009

TERMO DE APROVAÇÃO

LUIS ANTONIO DUARTE ISFER

APLICAÇÃO DE TÉCNICAS DE IDENTIFICAÇÃO E CONTROLE FRACIONÁRIOS À INDÚSTRIA PETROQUÍMICA

Dissertação aprovada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre no Programa de Pós-Graduação em Engenharia Química, Departamento de Engenharia Química, Setor de Tecnologia da Universidade Federal do Paraná, pela seguinte banca examinadora:

Orientador: Prof. Dr. Marcelo Kaminski Lenzi
 Departamento de Engenharia Química – UFPR

 Prof. Dr. Erwin Kaminski Lenzi
 Departamento de Física – UEM

 Prof. Dr. Ivo Neitzel
 Departamento de Engenharia Química - FATEB

 Prof. Dr. Luiz Fernando Lima Luz Junior
 Departamento de Engenharia Química – UFPR

Curitiba, 16 de março de 2009

Aos meus pais José e Emanuela
Aos meus irmãos Pedro e Carolina
À todos os meus amigos
Por todo o incentivo, confiança e ensino ao longo da minha caminhada
pela vida. Se hoje eu sou alguém, é porque tive bons mestres.

AGRADECIMENTOS

Ao professor Marcelo Kaminski Lenzi, pela orientação, apoio, incentivos, confiança e principalmente pela amizade.

Aos colegas de pós-graduação Tiago e Troner, pela amizade, companheirismo e pela colaboração na realização deste trabalho.

Aos grandes amigos Rodrigo, Marcelo, Thiago, Lucas, Tamy, Fer e Gustavo, pelo incentivo e amizade incondicional. Esta conquista também é de vocês. E aos demais amigos que de certa forma incentivaram e contribuíram no desenvolvimento deste trabalho.

Aos professores e funcionários do departamento de Engenharia Química, por todos estes anos de acolhida e ensino, seja ele profissional ou pessoal.

À Fundação Araucária e ao Programa de Recursos Humanos – Agência Nacional do Petróleo (PRH24/ANP), pelo auxílio financeiro.

Ao Coritiba Foot Ball Club, pelos anos de alegria e glórias passados, e pelos muitos que ainda virão. Seu Centenário é uma conquista de todos.

Grandes espíritos sempre encontraram a
oposição violenta de mediocridades. O último
não pode entender quando um homem não se
submete irrefletidamente a preconceitos
hereditários, mas honestamente e
corajosamente usa a sua inteligência e cumpre
o dever de exprimir os resultados do seu
pensamento na forma clara.

Albert Einstein

RESUMO

A indústria petroquímica responde por uma grande porcentagem do fornecimento de fontes de energia e matéria-prima para outros processos industriais no mundo moderno. A engenharia de processamento consiste, entre outras atividades, da busca novas técnicas (algoritmos) de controle, visando à operação do processo e de equipamentos de maneira mais eficiente. Estas técnicas buscam anular o efeito de possíveis distúrbios presentes nas variáveis operacionais, para se fazer a transição de estados estacionários, a partir de mudanças de *set-point*, de modo mais seguro e eficiente, satisfazendo ainda a legislação ambiental. Desta forma, novas técnicas de controle com aplicabilidade e resultados promissores para a indústria petroquímica são extremamente bem vindas.

Neste trabalho, aplicou-se a técnica de identificação e controle fracionário a dois sistemas comuns na indústria petroquímica, sendo o primeiro sistema um forno e o segundo sistema um bioreator. A partir de dados experimentais obtidos na literatura procedeu-se a identificação fracionária utilizando três estratégias propostas, sendo: i) a solução de sistemas não-lineares de equações algébricas resultantes da derivação da função objetivo de estimação de parâmetros em relação aos parâmetros a serem estimados; ii) a solução de um problema de otimização determinística não-linear multivariável; iii) a solução de um problema de otimização heurística não-linear multivariável. A segunda estratégia se mostrou mais eficiente, levando à obtenção de coeficientes de correlação de 0,999 para ambos os sistemas. Além disso, esta estratégia levou à obtenção de modelos matemáticos que satisfizeram também outros testes estatísticos de qualidade de ajuste.

Em uma segunda etapa, o modelo fracionário identificado foi utilizado em simulações de controle fracionário, sendo utilizados 4 tipos de controladores: P , PD , PI e PID todos de ordem fracionária. Foram conduzidas simulações com o intuito de avaliar a influência de cada parâmetro, em situações de controle servo com degrau unitário no *set-point*, sendo que os controladores mantiveram o sistema estável e foram capazes de fazer a transição de maneira adequada, no entanto, algumas situações de *offset* e *overshoot* foram observadas. O desempenho das malhas de controle foi avaliado utilizando-se critérios $ITAE$ e ISE , sendo os controladores PD e PI fracionários, os mais eficientes.

Por fim, foi introduzido o conceito de controle por modelo interno (IMC) fracionário, sendo desdobrado em duas abordagens. Na primeira considerou-se o modelo interno como fracionário, enquanto que na segunda, o modelo do processo foi considerado perfeito fracionário. Ambos os sistemas identificados foram submetidos ao controle servo, sendo conduzidas simulações para avaliação da influência dos parâmetros do laço IMC proposto.

ABSTRACT

Petrochemical plants are responsible for providing most part of energy supply and raw materials for transformation industry. System engineering seeks, among other issues, for new control algorithms aimed at the ideal operation of both process plant and plant equipments in regulatory control problems by eliminating disturbances and also in servo control problems by doing fast transition between different set-points, in a safe and environmental friendly way. In this way, any new control algorithm which improves process performance is extremely welcome.

In this work, fractional identification and control theory were applied to systems commonly present in petrochemical plants: an oven and a biochemical reactor. Experimental data reported in the literature were used for fractional identification through three different approaches: i) solving a nonlinear set of algebraic equations, obtained from the derivatives of the objective function with respect to the parameters to be estimated; ii) solving a multivariable nonlinear deterministic optimization problem; iii) solving a multivariable nonlinear heuristic optimization problem. The second approach proved to be the most efficient, leading to models with correlation coefficient of roughly 0.999. This approach also led to models that satisfied different statistical criteria when testing the good-of-fit.

In the second part of this study, the identified fractional model was used for fractional control simulations, being used four different types of controllers: P , PD , PI and PID all of fractional order. The simulations were aimed at the investigation of the influence of each controller parameter during a servo control problem with a unity step change in the set-point. All controllers were able to control the identified process and the transition was adequate according to $ITAE$ and ISE criteria used for loop evaluation. Although some offset and overshoot were observed. It was observed that fractional PI and fractional PD controllers were the most efficient.

Finally, the concept of fractional internal model control (IMC) was introduced. This concept was actually divided in two parts: in the first, a fractional internal model was considered and in the second, the process model was considered perfect. Both identified fractional models were used for servo IMC control and the simulations were used in order to analyze the IMC parameters.

LISTA DE FIGURAS

FIGURA II. 1 – ILUSTRAÇÃO DOS NÍVEIS HIERÁRQUICOS DE CONTROLE.....	16
FIGURA II. 2 – ESTRUTURA <i>FEEDBACK</i>	20
FIGURA II. 3 – ESTRUTURA <i>FEEDBACK</i> COM TÉCNICA DE CONTROLE POR MODELO INTERNO	21
FIGURA II. 4 – ESTRUTURA <i>FEEDFORWARD</i>	21
FIGURA II. 5 – INTERPRETAÇÃO GEOMÉTRICA DA DERIVADA DE ORDEM FRACIONÁRIA (MACHADO, 2003)	24
FIGURA III. 1 – ILUSTRAÇÃO DA MALHA DE CONTROLE <i>FEEDBACK</i>	49
FIGURA III. 2 – ILUSTRAÇÃO DA MALHA DE CONTROLE POR MODELO INTERNO.....	50
FIGURA IV. 1 – DADOS DO CONJUNTO DE DADOS 01	53
FIGURA IV. 2 – GRÁFICO DOS VALORES PREDITOS EM FUNÇÃO DO TEMPO: CONJUNTO DE DADOS 01 – ESTRATÉGIA 01.....	55
FIGURA IV. 3 – GRÁFICO DOS VALORES PREDITOS EM FUNÇÃO DOS VALORES OBSERVADOS: CONJUNTO DE DADOS 01 – ESTRATÉGIA 01.....	55
FIGURA IV. 4 – GRÁFICO DOS RESÍDUOS EM FUNÇÃO DO TEMPO: CONJUNTO DE DADOS 01 – ESTRATÉGIA 01	56
FIGURA IV. 5 – GRÁFICO DE BARRAS DOS RESÍDUOS EM FUNÇÃO DO TEMPO: CONJUNTO 01 – ESTRATÉGIA 01	57
FIGURA IV. 6– GRÁFICO DOS VALORES PREDITOS EM FUNÇÃO DO TEMPO: CONJUNTO DE DADOS 01 – ESTRATÉGIA 02.....	62
FIGURA IV. 7 – GRÁFICO DOS VALORES PREDITOS EM FUNÇÃO DOS VALORES OBSERVADOS: CONJUNTO DE DADOS 01 – ESTRATÉGIA 02.....	63
FIGURA IV. 8 – GRÁFICO DOS RESÍDUOS EM FUNÇÃO DO TEMPO: CONJUNTO DE DADOS 01 – ESTRATÉGIA 02	63
FIGURA IV. 9 – GRÁFICO DE BARRAS DOS RESÍDUOS EM FUNÇÃO DO TEMPO: CONJUNTO DE DADOS 01 – ESTRATÉGIA 02	64
FIGURA IV. 10 – GRÁFICO DOS VALORES PREDITOS EM FUNÇÃO DO TEMPO: CONJUNTO DE DADOS 01 – ESTRATÉGIA 03.....	70

FIGURA IV. 11 – GRÁFICO DOS VALORES PREDITOS EM FUNÇÃO DOS VALORES OBSERVADOS: CONJUNTO DE DADOS 01 – ESTRATÉGIA 03	70
FIGURA IV. 12 – GRÁFICO DOS RESÍDUOS EM FUNÇÃO DO TEMPO: CONJUNTO DE DADOS 01 – ESTRATÉGIA 03.....	71
FIGURA IV. 13 – GRÁFICO DE BARRAS DOS RESÍDUOS EM FUNÇÃO DO TEMPO: CONJUNTO DE DADOS 01 – ESTRATÉGIA 03	71
FIGURA IV. 14 – DADOS DO CONJUNTO DE DADOS 02.....	77
FIGURA IV. 15 – GRÁFICO DOS VALORES PREDITOS EM FUNÇÃO DO TEMPO: CONJUNTO DE DADOS 02 – ESTRATÉGIA 01	79
FIGURA IV. 16 – GRÁFICO DOS VALORES PREDITOS EM FUNÇÃO DOS VALORES OBSERVADOS: CONJUNTO DE DADOS 02 – ESTRATÉGIA 01	80
FIGURA IV. 17 – GRÁFICO DOS RESÍDUOS EM FUNÇÃO DO TEMPO: CONJUNTO DE DADOS 02– ESTRATÉGIA 01	80
FIGURA IV. 18 – GRÁFICO DE BARRAS DOS RESÍDUOS EM FUNÇÃO DO TEMPO: CONJUNTO DE DADOS 02 – ESTRATÉGIA 01.....	81
FIGURA IV. 19– GRÁFICO DOS VALORES PREDITOS EM FUNÇÃO DO TEMPO: CONJUNTO DE DADOS 02 – ESTRATÉGIA 02	86
FIGURA IV. 20 – GRÁFICO DOS VALORES PREDITOS EM FUNÇÃO DOS VALORES OBSERVADOS: CONJUNTO DE DADOS 02 – ESTRATÉGIA 02	87
FIGURA IV. 21 – GRÁFICO DOS RESÍDUOS EM FUNÇÃO DO TEMPO: CONJUNTO DE DADOS 02 – ESTRATÉGIA 02	87
FIGURA IV. 22 – GRÁFICO DE BARRAS DOS RESÍDUOS EM FUNÇÃO DO TEMPO: CONJUNTO DE DADOS 02 – ESTRATÉGIA 02	88
FIGURA IV. 23 - GRÁFICO DOS VALORES PREDITOS EM FUNÇÃO DO TEMPO: CONJUNTO DE DADOS 02 – ESTRATÉGIA 03	93
FIGURA IV. 24 – GRÁFICO DOS VALORES PREDITOS EM FUNÇÃO DOS VALORES OBSERVADOS: CONJUNTO DE DADOS 02 – ESTRATÉGIA 03	93
FIGURA IV. 25 – GRÁFICO DOS RESÍDUOS EM FUNÇÃO DO TEMPO: CONJUNTO DE DADOS 02 – ESTRATÉGIA 03	94
FIGURA IV. 26 – GRÁFICO DE BARRAS DOS RESÍDUOS EM FUNÇÃO DO TEMPO: CONJUNTO DE DADOS 02 – ESTRATÉGIA 03	94

FIGURA V. 1 – VARIÁVEL CONTROLADA: CONTROLADOR \mathcal{P} – CONJUNTO DE DADOS 01	102
FIGURA V. 2 – VARIÁVEL CONTROLADA: CONTROLADOR \mathcal{PD}^μ : $\alpha > \mu$ – CONJUNTO DE DADOS 01	103
FIGURA V. 3 – VARIÁVEL CONTROLADA: CONTROLADOR \mathcal{PD}^μ : $\mu > \alpha$ – CONJUNTO DE DADOS 01	106
FIGURA V. 4 – VARIÁVEL CONTROLADA: CONTROLADOR \mathcal{PI}^λ : – CONJUNTO DE DADOS 01	108
FIGURA V. 5 – VARIÁVEL CONTROLADA: CONTROLADOR $\mathcal{PI}^\lambda \mathcal{D}^\lambda$: $\alpha > \mu$ – CONJUNTO DE DADOS 01	110
FIGURA V. 6 – VARIÁVEL CONTROLADA: CONTROLADOR $\mathcal{PI}^\lambda \mathcal{D}^\mu$: $\mu > \alpha$ – CONJUNTO DE DADOS 01	112
FIGURA V. 7 – VARIÁVEL CONTROLADA: CONJUNTO DE DADOS 01	113
FIGURA V. 8 – VARIÁVEL CONTROLADA: CONTROLADOR \mathcal{P} – CONJUNTO DE DADOS 02	115
FIGURA V. 9 – VARIÁVEL CONTROLADA: CONTROLADOR \mathcal{PD}^μ : $\alpha > \mu$ – CONJUNTO DE DADOS 02	118
FIGURA V. 10 – VARIÁVEL CONTROLADA: CONTROLADOR \mathcal{PD}^μ : $\mu > \alpha$ – CONJUNTO DE DADOS 02	118
FIGURA V. 11 – VARIÁVEL CONTROLADA: CONTROLADOR \mathcal{PI}^λ : CONJUNTO DE DADOS 02	120
FIGURA V. 12 – VARIÁVEL CONTROLADA: CONTROLADOR $\mathcal{PI}^\lambda \mathcal{D}^\mu$: $\alpha > \mu$ – CONJUNTO DE DADOS 02	122
FIGURA V. 13 – VARIÁVEL CONTROLADA: CONTROLADOR $\mathcal{PI}^\lambda \mathcal{D}^\mu$: $\mu > \alpha$ – CONJUNTO DE DADOS 02	124
FIGURA V. 14 – VARIÁVEL CONTROLADA: CONJUNTO DE DADOS 02	125

LISTA DE TABELAS

TABELA III. 1 - TRANSFORMADA DE LAPLACE INVERSA PARA CASOS PARTICULARES	38
TABELA III. 2 – EQUAÇÕES PARA O CÁLCULO DE R.....	45
TABELA III. 3 – EQUAÇÕES PARA TESTE DE HIPÓTESES DE VARIÂNCIAS	45
TABELA III. 4 – EQUAÇÕES PARA TESTE DE HIPÓTESES DE MÉDIAS	46
TABELA III. 5 – DADOS EXPERIMENTAIS UTILIZADOS	48
 TABELA IV. 1 – RESULTADOS DA ESTIMAÇÃO: CONJUNTO DE DADOS 01 – ESTRATÉGIA 01	54
TABELA IV. 2 – RESULTADOS DO CÁLCULO DO COEFICIENTE DE CORRELAÇÃO: CONJUNTO DE DADOS 01 – ESTRATÉGIA 01	58
TABELA IV. 3 – RESULTADOS DO TESTE DE HIPÓTESES: CONJUNTO DE DADOS 01 – ESTRATÉGIA 01	59
TABELA IV. 4 – RESULTADOS DO TESTE DE χ^2_{RED} : CONJUNTO DE DADOS 01 – ESTRATÉGIA 01	60
TABELA IV. 5 – RESULTADOS DA VARIÂNCIA PARAMÉTRICA: CONJUNTO DE DADOS 01 – ESTRATÉGIA 01	61
TABELA IV. 6 – RESULTADOS DA ESTIMAÇÃO: CONJUNTO DE DADOS 01 – ESTRATÉGIA 02	61
TABELA IV. 7 – RESULTADOS DO CÁLCULO DO COEFICIENTE DE CORRELAÇÃO: CONJUNTO DE DADOS 01 – ESTRATÉGIA 02	65
TABELA IV. 8 – RESULTADOS DO TESTE DE HIPÓTESES: CONJUNTO DE DADOS 01 – ESTRATÉGIA 02	66
TABELA IV. 9 – RESULTADOS DO TESTE DE χ^2_{RED} : CONJUNTO DE DADOS 01 – ESTRATÉGIA 02	67
TABELA IV. 10 – RESULTADOS DA VARIÂNCIA PARAMÉTRICA: CONJUNTO DE DADOS 01 – ESTRATÉGIA 02	68
TABELA IV. 11 – RESULTADOS DA ESTIMAÇÃO: CONJUNTO DE DADOS 01 – ESTRATÉGIA 03	68

TABELA IV. 12 – RESULTADOS DO CÁLCULO DO COEFICIENTE DE CORRELAÇÃO: CONJUNTO DE DADOS 01 – ESTRATÉGIA 03.....	72
TABELA IV. 13 – RESULTADOS DO TESTE DE HIPÓTESES: CONJUNTO 01 – ESTRATÉGIA 03.....	73
TABELA IV. 14 – RESULTADOS DO TESTE DE χ^2_{RED} : CONJUNTO DE DADOS 01 – ESTRATÉGIA 03.....	74
TABELA IV. 15 – RESULTADOS DA VARIÂNCIA PARAMÉTRICA: CONJUNTO DE DADOS 01 – ESTRATÉGIA 03.....	75
TABELA IV. 16 – RESUMO DOS PARÂMETROS ESTIMADOS: CONJUNTO DE DADOS 01	76
TABELA IV. 17 – RESULTADOS DA ESTIMAÇÃO: CONJUNTO DE DADOS 02 – ESTRATÉGIA 01	78
TABELA IV. 18 – RESULTADOS DO CÁLCULO DO COEFICIENTE DE CORRELAÇÃO: CONJUNTO DE DADOS 02 – ESTRATÉGIA 01.....	81
TABELA IV. 19 – RESULTADOS DO TESTE DE HIPÓTESES: CONJUNTO DE DADOS 02 – ESTRATÉGIA 01	83
TABELA IV. 20 – RESULTADOS DO TESTE DE χ^2_{RED} : CONJUNTO DE DADOS 02 – ESTRATÉGIA 01	84
TABELA IV. 21 – RESULTADOS DA VARIÂNCIA PARAMÉTRICA: CONJUNTO DE DADOS 02 – ESTRATÉGIA 01	84
TABELA IV. 22 – RESULTADOS DA ESTIMAÇÃO: CONJUNTO DE DADOS 02 – ESTRATÉGIA 02.....	85
TABELA IV. 23 – RESULTADOS DO CÁLCULO DO COEFICIENTE DE CORRELAÇÃO: CONJUNTO DE DADOS 02 – ESTRATÉGIA 02....	88
TABELA IV. 24 – RESULTADOS DO TESTE DE HIPÓTESES: CONJUNTO DE DADOS 02 – ESTRATÉGIA 02	89
TABELA IV. 25 – RESULTADOS DO TESTE DE χ^2_{RED} : CONJUNTO DE DADOS 02 – ESTRATÉGIA 02.....	90
TABELA IV. 26 – RESULTADOS DA VARIÂNCIA PARAMÉTRICA: CONJUNTO DE DADOS 02 – ESTRATÉGIA 02	91
TABELA IV. 27 – RESULTADOS DA ESTIMAÇÃO: CONJUNTO DE DADOS 02 – ESTRATÉGIA 03.....	91

TABELA IV. 28 – RESULTADOS DO CÁLCULO DO COEFICIENTE DE CORRELAÇÃO: CONJUNTO DE DADOS 02 – ESTRATÉGIA 03....	95
TABELA IV. 29 – RESULTADOS DO TESTE DE HIPÓTESES: CONJUNTO DE DADOS 02 – ESTRATÉGIA 03	96
TABELA IV. 30 – RESULTADOS DO TESTE DE χ^2_{RED} : CONJUNTO DE DADOS 02–ESTRATÉGIA 03.....	97
TABELA IV. 31 – RESULTADOS DA VARIÂNCIA PARAMÉTRICA: CONJUNTO DE DADOS 02 – ESTRATÉGIA 03	97
TABELA IV. 32 – RESUMO DOS PARÂMETROS ESTIMADOS: CONJUNTO DE DADOS 02	98
TABELA IV. 33 – RESUMO DOS PARÂMETROS ESTIMADOS.....	99
TABELA V. 1 – VALORES DO PARÂMETRO DE SINTONIA DO CONTROLADOR \mathcal{P} : CONJUNTO DE DADOS 01	101
TABELA V. 2 – VALORES DOS PARÂMETROS DE SINTONIA DO CONTROLADOR \mathcal{PD}^μ : $\alpha > \mu$ – CONJUNTO DE DADOS 01.....	103
TABELA V. 3 – VALORES DOS PARÂMETROS DE SINTONIA DO CONTROLADOR \mathcal{PD}^μ : $\mu > \alpha$ – CONJUNTO DE DADOS 01.....	105
TABELA V. 4 – VALORES DOS PARÂMETROS DE SINTONIA DO CONTROLADOR \mathcal{PI}^λ : CONJUNTO DE DADOS 01	107
TABELA V. 5 – VALORES DOS PARÂMETROS DE SINTONIA DO CONTROLADOR $\mathcal{PI}^\lambda \mathcal{D}^\mu$: $\alpha > \mu$ - CONJUNTO DE DADOS 01	109
TABELA V. 6 – VALORES DOS PARÂMETROS DE SINTONIA DO CONTROLADOR $\mathcal{PI}^\lambda \mathcal{D}^\mu$: $\mu > \alpha$ - CONJUNTO DE DADOS 01	111
TABELA V. 7 – CRITÉRIOS DE DESEMPENHO $ITAE$ E ISE - CONJUNTO DE DADOS 01	112
TABELA V. 8 – VALORES DO PARÂMETRO DE SINTONIA DO CONTROLADOR \mathcal{P} : CONJUNTO DE DADOS 02.....	114
TABELA V. 9 – VALORES DOS PARÂMETROS DE SINTONIA DO CONTROLADOR \mathcal{PD}^μ : $\alpha > \mu$ – CONJUNTO DE DADOS 02.....	116
TABELA V. 10 – VALORES DOS PARÂMETROS DE SINTONIA DO CONTROLADOR \mathcal{PD}^μ : $\mu > \alpha$ – CONJUNTO DE DADOS 02	117

TABELA V. 11 – VALORES DOS PARÂMETROS DE SINTONIA DO CONTROLADOR P_I^λ : CONJUNTO DE DADOS 02.....	119
TABELA V. 12 – VALORES DOS PARÂMETROS DE SINTONIA DO CONTROLADOR $P_I^\lambda D^\mu$: $\alpha > \mu$ - CONJUNTO DE DADOS 02.....	121
TABELA V. 13 – VALORES DOS PARÂMETROS DE SINTONIA DO CONTROLADOR $P_I^\lambda D^\mu$: $\mu > \alpha$ – CONJUNTO DE DADOS 02.....	123
TABELA V. 14 – CRITÉRIOS DE DESEMPENHO ITAE E ISE - CONJUNTO DE DADOS 02.....	125
TABELA VI. 1 – CASOS PARTICULARES DA ABORDAGEM 01 DO CONTROLE IMC	127
TABELA VI. 2 – PARÂMETROS DE SINTONIA: ABORDAGEM 01 DO CONTROLE IMC – CONJUNTO DE DADOS 01.....	128
TABELA VI. 3 – PARÂMETROS DE SINTONIA: ABORDAGEM 01 DO CONTROLE IMC – CONJUNTO DE DADOS 02.....	130
TABELA VI. 4 – PARÂMETROS DE SINTONIA: ABORDAGEM 02.....	131

NOMENCLATURA

$\underline{\underline{A}}$	Matriz usada para o cálculo da variância paramétrica
a	Parâmetro do modelo identificado
a	Terminal inferior da derivada fracionária Eq. (II.02)
b	Parâmetro do modelo identificado
$\frac{d^n f(x)}{dx^n}$	Derivada de ordem inteira n de $f(x)$ em relação à x
$e(t)$	Erro na variável controlada
e^x	Função exponencial de x
$E_{\alpha,\beta}^{(k)}$	Derivada de ordem k da função Mittag-Leffler com parâmetros α e β
f	Termo do controlador por modelo interno
$F(s)$	Função f transformada para a variável independente s a partir de uma transformada integral que pode ser a transformada de Laplace
$f(t)$	Função f com variável independente t
$f(x)$	Função f com variável independente x
$f^{(\beta)}(x) = \frac{d^\beta f(x)}{dx^\beta}$	Derivada de ordem fracionária β de $f(x)$ em relação à x
$f^{(k)}(0)$	Derivada de ordem inteira k de $f(t)$ em relação à t e avaliada em $t=0$
$F_{\text{EXPERIMENTAL}}$	Parâmetro F do teste de hipótese de variância obtido a partir das variâncias dos dados experimentais
$F_{\text{TEÓRICO}}$	Parâmetro F do teste de hipótese de variância obtido a partir da distribuição de Fischer
$FOBJ$	Função Objetivo a ser minimizada na estimação de parâmetros
$G(s)$	Função de transferência
$G_{\text{ATUADOR}}(s)$	Função de transferência do Atuador
$G_c^*(s)$	Função de transferência do controlador no controle IMC
$\tilde{G}_{\text{PROCESSO INTERNO}}(s) = \tilde{G}_{\text{IP}}(s)$	Função de transferência do modelo interno do controle IMC
$\tilde{G}_{\text{IP}}^-(s)$	Termo estável do modelo interno do controle IMC
$\tilde{G}_{\text{IP}}^+(s)$	Termo instável e zeros do modelo interno do controle IMC
$G_{\text{SENSOR}}(s)$	Função de transferência do Sensor
$G_{\text{CONTROLADOR}}(s) = G_c(s)$	Função de transferência do Controlador
$G_{\text{PROCESSO}}(s) = G_{\text{IP}}(s)$	Função de transferência do Processo
h	Discretização
IMC	Controle por modelo interno
ITAE	Critério de avaliação de malha de controle baseado na integral do tempo multiplicado pelo valor absoluto do erro
ISE	Critério de avaliação de malha de controle baseado na

$\int!$	integral do erro ao quadrado
K_c	Fatorial de j
$K(s,t)$	Parâmetro de sintonia do controlador \mathcal{P}
$\ln(x)$	Kernel da transformada integral
n	Logaritmo neperiano de x
N	Ordem de derivada inteira
M	Quantidade de indivíduos no algoritmo genético
NE	Quantidade de gerações no algoritmo genético
NP	Número de experimentos
\mathcal{P}	Número de parâmetros
\mathcal{PD}^u	Controlador Proporcional
\mathcal{PI}^λ	Controlador Proporcional – Derivativo Fracionário
$\mathcal{PI}^\lambda \mathcal{D}^u$	Controlador Proporcional – Integral Fracionário
PCRUA	Controlador Proporcional – Integral – Derivativo Fracionário
PMUTA	Probabilidade de cruzamento no algoritmo genético
t	Probabilidade de mutação no algoritmo genético
$t_{\text{CRÍTICO}}$	Tempo
$t_{\text{EXPERIMENTAL}}$	Parâmetro t do teste de hipótese de média obtido a partir da distribuição t-Student.
r	Parâmetro t do teste de hipótese de média obtido a partir dos dados experimentais
r	Coeficiente de correlação
r^2	Parâmetro de sintonia do controlador por modelo interno (IMC) – Eq. (III.64)
$r_{\text{OBS-PRED}}$	Coeficiente de correlação
s	Coeficiente de correlação entre o conjunto de dados experimentais e o conjunto de dados preditos.
x	Variável independente no domínio de Laplace
$X(s)$	Variável independente
\underline{X}	Variável de Entrada do Sistema no domínio de Laplace
\bar{Y}	Matriz Jacobiana
\bar{y}_{OBS}	Nível de confiança estatístico
\bar{y}_{PRED}	Média do conjunto de dados experimentais
$y(t)$	Média do conjunto de dados preditos
$Y(s)$	Função y com variável independente t
$Y_{\text{SET-POINT}}(s)$	Variável de Saída do Sistema no domínio de Laplace
	Transformada de Laplace da perturbação do <i>set-point</i>

SUBSCRITOS

<i>desvio</i>	Variável na representação desvio
<i>estacionário</i>	Valor da variável no estado estacionário
<i>OBS</i>	Valor experimental ou observado da variável

$OBS-P$	Valor experimental ou observado da variável no instante P
$PRED$	Valor da variável predito pelo modelo
$PRED-P$	Valor da variável predito pelo modelo no instante P

LETRAS GREGAS

α	Ordem de derivada fracionária
β	Ordem de derivada fracionária
λ	Ordem da parte integral do controlador fracionário
μ	Ordem da parte derivativa do controlador fracionário
ϕ	Ordem do controlador por modelo interno
τ	Variável muda de integração
τ_c	Parâmetro de Sintonia do controlador por modelo interno
τ_D	Parâmetro de Sintonia do termo derivativo do controlador
τ_i	Parâmetro de Sintonia do termo integral do controlador
$\Gamma(x)$	Função gama do argumento x
$\gamma(\beta, k)$	Coefficiente do cálculo para explicação geométrica da derivada fracionária
Ψ	Função usada para o cálculo da derivada da função gama
χ^2_{RED}	Valor de <i>Chi</i> -quadrado reduzido
χ^2	Valor de <i>Chi</i> -quadrado
χ^2_i	Valor de <i>Chi</i> -quadrado calculado com nível de confiança i
δ_i	Desvio padrão do parâmetro i , $i = \{a, b, \alpha\}$
δ^2_{OBS-1}	Variância individual dos dados experimentais, obtida a partir de réplicas e do erro de escala do instrumento de medida
δ^2_{RES}	Variância da diferença entre valor predito e valor observado
δ^2_{OBS}	Variância do conjunto de dados experimentais
δ^2_{PRED}	Variância do conjunto de dados preditos
$\delta^2_{OBS-PRED}$	Co-variância do conjunto de dados experimentais e do conjunto de dados preditos

CONJUNTOS NUMÉRICOS

\mathbb{N}	Conjunto de números naturais
\mathbb{R}	Conjunto de números reais
\mathbb{Z}	Conjunto de números inteiros

SUMÁRIO

I - INTRODUÇÃO	13
1 – INTRODUÇÃO	13
2 – OBJETIVOS E ESTRUTURA	14
II - REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	16
1 – INTRODUÇÃO	16
2 – CONTROLE NA INDÚSTRIA PETROQUÍMICA	16
2.1 – SISTEMA DE CONTROLE	17
2.1.1 – TÉCNICA DE CONTROLE.....	17
2.1.2 – ESTRUTURA DE CONTROLE.....	20
3 – EQUAÇÕES DIFERENCIAIS DE ORDEM FRACIONÁRIA	21
3.1 – BREVE HISTÓRICO	21
3.2 – DEFINIÇÃO E REPRESENTAÇÃO	22
3.3 – APLICAÇÕES.....	25
4 – IDENTIFICAÇÃO FRACIONÁRIA DE PROCESSOS	25
5 – CONTROLE FRACIONÁRIO DE PROCESSOS.....	28
6 – ANÁLISE DA REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	32
III - METODOLOGIA.....	34
1 – INTRODUÇÃO	34
2 – REPRESENTAÇÃO DE CAPUTO	34
3 – VARIÁVEL TIPO DESVIO	35
4 – TRANSFORMADA DE LAPLACE.....	36
5 – FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA	37
6 – ESTIMAÇÃO DE PARÂMETROS.....	39
7 – DIAGNÓSTICO DA ESTIMAÇÃO.....	43
8 – DADOS EXPERIMENTAIS.....	47
9 – CONTROLE DE PROCESSOS	49
IV - IDENTIFICAÇÃO DE PROCESSOS	52
1 – INTRODUÇÃO	52
2 – IDENTIFICAÇÃO DO CONJUNTO DE DADOS 01	52
2.1 – ESTIMAÇÃO USANDO A ESTRATÉGIA 01.	53
2.2 – ESTIMAÇÃO USANDO A ESTRATÉGIA 02.	61
2.3 – ESTIMAÇÃO USANDO A ESTRATÉGIA 03.	68
2.4 – COMPARAÇÃO ENTRE AS ESTRATÉGIAS – CONJUNTO 01	75
3 – IDENTIFICAÇÃO DO CONJUNTO DE DADOS 02.....	76
3.1 – ESTIMAÇÃO USANDO A ESTRATÉGIA 01.	77
3.2 – ESTIMAÇÃO USANDO A ESTRATÉGIA 02.	84
3.3 – ESTIMAÇÃO USANDO A ESTRATÉGIA 03.	91
3.4 – COMPARAÇÃO ENTRE AS ESTRATÉGIAS – CONJUNTO 02	98
4 – PANORAMA FINAL DA IDENTIFICAÇÃO.....	99
V - CONTROLE DE PROCESSOS	100
1 – INTRODUÇÃO	100
2 – CONJUNTO DE DADOS 01	100
2.1 – CONTROLADOR P	101

2.2 – CONTROLADOR PD^{μ}	102
2.3 – CONTROLADOR PI^{λ}	106
2.4 – CONTROLADOR $PI^{\lambda}D^{\mu}$	108
2.5 – COMPARAÇÃO ENTRE CONTROLADORES	111
3 – CONJUNTO DE DADOS 02	113
3.1 – CONTROLADOR P	114
3.2 – CONTROLADOR PD^{μ}	115
3.3 – CONTROLADOR PI^{λ}	119
3.4 – CONTROLADOR $PI^{\lambda}D^{\mu}$	120
3.5 – COMPARAÇÃO ENTRE CONTROLADORES	124
VI - CONTROLE POR MODELO INTERNO	126
1 – INTRODUÇÃO	126
2 – ABORDAGENS DE ANÁLISE	126
3 – ABORDAGEM 01 – CONJUNTO 01	128
4 – ABORDAGEM 01 – CONJUNTO 02	129
5 – ABORDAGEM 02	131
VII - CONCLUSÕES E SUGESTÕES.....	133
1 – CONCLUSÕES	133
2 – SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	134
VIII - REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	135

I - INTRODUÇÃO

1 – INTRODUÇÃO

A indústria petroquímica responde por uma grande porcentagem do fornecimento de fontes de energia e matéria-prima para outros processos industriais no mundo moderno, sendo, portanto, um dos pilares para o desenvolvimento econômico de uma nação. O espectro de produtos da indústria petroquímica é grande e variável, indo de derivados de petróleo aplicados como combustíveis automotivos até, por exemplo, matéria-prima para manufatura de embalagens plásticas ou para síntese de fertilizantes.

Por outro lado, devido ao caráter não renovável do petróleo, torna-se importante a busca por fontes alternativas preferencialmente renováveis. No entanto, o desenvolvimento e consolidação de novas tecnologias não é uma tarefa trivial, sendo necessária a tríade tempo-dinheiro-pessoas. Assim, o uso racional e a aplicação de tecnologias que visam aperfeiçoar e melhorar processos petroquímicos tornam-se enormemente atrativas. Desta forma, existem duas grandes linhas de atuação da engenharia química: a primeira foca fundamentalmente o estudo da cinética do processo, por exemplo, a busca por catalisadores mais eficientes, mais seletivos e com maior tempo de vida. A outra linha, um tanto mais ágil, foca a engenharia de processamento, atuando principalmente no sistema de controle e automação do processo.

Com relação à segunda linha de atuação, a engenharia de processamento, o foco recai, entre outras atividades, na busca de novas técnicas (algoritmos) de controle. Espera-se que estas novas técnicas sejam capazes de fazer com que processo e equipamentos operem de maneira mais eficiente, anulando assim o efeito de possíveis distúrbios presentes nas variáveis operacionais. Espera-se, ainda, que estas técnicas façam a transição de estados estacionários a partir de mudanças de *set-point* de modo mais seguro e eficiente, satisfazendo ainda as legislações ambientais vigentes. Em paralelo, para o sucesso da técnica de controle, a disponibilidade de um modelo matemático adequado torna-se uma questão chave, permitindo um maior conhecimento do processo sem a necessidade de realização de

experimentos, fazendo interpolações e algumas extrapolações de condições operacionais.

A literatura apresenta diversas técnicas clássicas para o desenvolvimento de modelos matemáticos e para a síntese de controladores. Observa-se, porém, o surgimento de uma nova tendência, envolvendo a aplicação de um ferramental matemático, baseado no uso de equações diferenciais de ordem fracionária. Entre outras, o poder de generalização de modelos é um considerável atrativo.

2 – OBJETIVOS E ESTRUTURA

Este trabalho apresenta uma proposta alternativa para o controle de processos da indústria petroquímica. Baseando-se nas técnicas de controle clássicas, usa-se o ferramental matemático fundamentado em equações diferenciais de ordem fracionária que generalizam as estratégias convencionais de controle. A aplicação desta nova abordagem à sistemas da indústria petroquímica permite uma maior flexibilidade e velocidade dos sistemas de controle. Este objetivo básico foi desdobrado nas seguintes etapas:

- estudo de técnicas numéricas e analíticas para a solução de equações diferenciais fracionárias;
- estudo de técnicas de identificação de processos: clássica e fracionária;
- estudo de técnicas de controle clássico fracionário (P , PD , PI , PID);
- estudo de técnicas de controle por modelo interno (IMC) fracionário.

Quanto à apresentação, este trabalho está dividido em oito capítulos, contando com esta introdução. O Capítulo II é composto de uma revisão bibliográfica sobre equações diferenciais de ordem fracionária, contendo suas aplicações e técnicas de solução. Além disso, é feita uma revisão sobre controle fracionário e aplicações na indústria petroquímica, sendo apresentada ainda uma análise da revisão bibliográfica e as contribuições deste trabalho. No Capítulo III são descritas as metodologias empregadas durante a execução das atividades, focando o estudo de técnicas numéricas e analíticas para a solução de equações diferenciais fracionárias, identificação de processos, estimação e avaliação de parâmetros e também funções de transferência das malhas de controle fracionário. Em seguida no

Capítulo IV são apresentados os resultados obtidos relacionados à identificação de processos, enquanto que no Capítulo V são reportados resultados e análise de controle clássico. Na sequência, no Capítulo VI são relatados os resultados obtidos relacionados ao controle por modelo interno. Finalmente, no Capítulo VII, são citadas as conclusões finais e sugestões para futuros trabalhos e por último, no Capítulo VIII são listadas as referências bibliográficas utilizadas.

Este trabalho foi desenvolvido no LESF – Laboratório de Engenharia de Sistemas Fracionários – do PPGEQ/UFPR – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Química da Universidade Federal do Paraná. Além disso, este trabalho está vinculado à linha de pesquisa de modelagem, simulação, otimização e controle de processos químicos do PPGEQ.

II - REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

1 – INTRODUÇÃO

Este capítulo apresenta uma revisão bibliográfica sobre controle de processos na indústria petroquímica e equações diferenciais de ordem fracionária, contendo suas aplicações. Além disso, é feita uma revisão sobre identificação e controle fracionário. Por fim, é apresentada uma análise da revisão bibliográfica, ressaltando as contribuições deste trabalho.

2 – CONTROLE NA INDÚSTRIA PETROQUÍMICA

O controle de processos em uma planta industrial petroquímica pode ser descrito pelos níveis hierárquicos apresentados no fluxograma ilustrado na FIGURA II. 1, como apresenta BROSILOW & JOSEPH (2002).

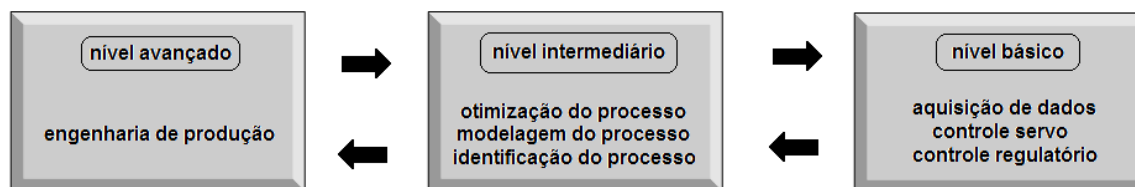


FIGURA II. 1 - ILUSTRAÇÃO DOS NÍVEIS HIERÁRQUICOS DE CONTROLE
FONTE: O Autor, (2009)

O nível avançado engloba a produção como um todo. Envolve basicamente o planejamento e escalonamento da produção. Este nível de controle é, em geral, realizado em uma escala de tempo de meses ou dias, ou mesmo anos, uma vez que depende de fatores externos ao processo, como a tendência do mercado consumidor e a situação econômica global (BROSILOW & JOSEPH, 2002). Este nível de controle é conduzido pelo nível gerencial da planta industrial sendo que em alguns casos podem participar membros de conselhos administrativos ou acionistas.

O nível intermediário envolve basicamente a preparação para o nível básico, focando o aprofundamento dos conhecimentos sobre o processo. Nesta etapa são realizados estudos de modelagem, identificação e otimização do processo cuja duração pode variar de semanas a horas, ou mesmo meses, dependendo da

complexidade do sistema em estudo (BROSILOW & JOSEPH, 2002). Esta etapa é conduzida por engenheiros de processamento ou engenheiro de petróleo. O nível básico envolve a instrumentação e controle servo/regulatório. O foco do nível básico são os sensores, atuadores, sintonia de controladores, escolha de técnicas automáticas, como por exemplo, o controlador P (proporcional) ou PI (proporcional-integral) (BROSILOW & JOSEPH, 2002). Esta etapa é feita pelos operadores, bem como engenheiros de controle e instrumentação.

2.1 – SISTEMA DE CONTROLE

De acordo com SEBORG *et al.* (2003), um sistema de controle de um dado processo corresponde ao conjunto formado: i) pela técnica (algoritmo) de controle, por exemplo, controlador tipo PI , que é responsável pelas decisões a serem tomadas; ii) pela instrumentação, sensores e atuadores que fazem com que a técnica de controle possa ter acesso às informações do processo (por exemplo, um termopar), bem como atuar sobre o mesmo (por exemplo, uma válvula); iii) pela estrutura (laço ou malha) de controle, que corresponde à forma e às variáveis utilizadas para estruturar o sistema de controle, podendo ser de dois tipos básicos: *feedback* (retroativo) e *feedforward* (antecipativo).

2.1.1 – TÉCNICA DE CONTROLE

Existem diversas técnicas que podem ser usadas em controle de processos, e mais especificamente para o controle de processos petroquímicos. Conforme apresentada por SEBORG (1999), as principais técnicas podem ser agrupadas nas categorias que seguem, sendo que TODAS possuem aplicações na indústria petroquímica, de acordo com as referências citadas pelo autor. Como exemplos típicos podem ser citados o controle de temperatura e composição de reatores, o controle de composição de colunas de separação, entre outros. Convém ressaltar que a escolha da técnica depende de diversos fatores, como a existência e complexidade de um modelo matemático, disponibilidade de equipamentos e

dispositivos de instrumentação, precisão necessária, escolha adequada das variáveis controlada e manipulada, e também identificação de distúrbios.

□ *CATEGORIA I: TÉCNICAS CONVENCIONAIS*

Esta abordagem é a mais aplicada no âmbito industrial, envolve controladores liga-desliga e controladores da família PID. São caracterizadas por sua simplicidade, facilidade de uso e por utilizar uma representação do processo sob a forma de um modelo linear. As maiores dificuldades ocorrem em processos com alto grau de não-linearidade ou em processos multivariáveis com elevado grau de acoplamento entre as variáveis (SEBORG, 1999).

□ *CATEGORIA II: CONTROLE AVANÇADO – TÉCNICAS CLÁSSICAS*

Técnicas clássicas de controle avançado podem ser vistas com detalhes em SEBORG *et al.* (2003). As principais envolvem o uso de controladores com **ganho escalonado**, ou seja, dependendo do erro no valor da variável que se deseja controlar, usa-se um determinado valor para o ganho do controlador, fazendo com que o ganho seja constante. Em sistemas com tempo morto, o modelo do processo é dividido em duas partes, sendo uma referente ao tempo morto e outra à dinâmica do sistema, caso o tempo morto seja nulo. Assim, o erro que é alimentado ao controlador é baseado no modelo sem tempo morto, ou seja, é feita a **compensação**. Ainda fazem parte desta categoria, **controle seletivo** e **override**.

□ *CATEGORIA III: CONTROLE AVANÇADO – TÉCNICAS AMPLAMENTE USADAS*

Estratégias de controle em malha aberta podem fornecer trajetórias ótimas para temperatura e correntes de alimentação. Entretanto, a otimalidade destas trajetórias está intimamente associada à exatidão do modelo dinâmico, o que faz com que haja uma certa limitação quando distúrbios não medidos estão presentes. O **controle preditivo**, técnica utilizada apenas em malha fechada, visa à corrigir estes erros, atualizando a trajetória a cada instante em que uma nova medida é obtida (CAMACHO & BORDONS, 1999). A filosofia da estratégia de controle estatístico consiste em monitorar a saída do processo constantemente, para que se possa decidir quando tomar ações de controle baseando-se em princípios estatísticos. Dessa forma, devido à presença de imperfeições de medidas, uma intervenção no processo só é feita quando o processo apresenta uma tendência estatisticamente significativa de desvio, e não

apenas pelo fato de alguns pontos esparsos não estarem de acordo com os valores pré-especificados (OHSHIMA & TANIGAKI, 2000; SCHORK *et al.*, 1993). No **controle adaptativo**, há um contínuo ajuste dos parâmetros do controlador através de alguma técnica de estimação, para que este se adapte às novas condições do processo. As limitações estão no fato de ser difícil a identificação de muitos processos e também de esta técnica não apresentar bons resultados para sistemas com elevado grau de não-linearidade (EMBIRUÇU *et al.*, 1996). O **controle por modelo interno** (IMC) apresenta o uso de um modelo perfeito do processo a ser controlado e as ações de controle são baseadas em um sinal formado pela diferença entre a medição da variável controlada e valor desta variável obtido pelo modelo perfeito (GARCIA & MORARI, 1982).

□ *CATEGORIA IV: CONTROLE AVANÇADO – TÉCNICAS COM POUCAS APLICAÇÕES INDUSTRIAIS*

O uso de controle ótimo (SARGENT, 2000) está associado à determinação de perfis ótimos para as variáveis manipuladas de forma a maximizar ou minimizar algum objetivo (HICKS *et al.*, 1969) como, por exemplo, minimizar o tempo de batelada e/ou maximizar a conversão. As dificuldades em sua utilização são provenientes de limitações do sistema. Deve-se garantir que os perfis ótimos satisfaçam as restrições reais de operação de equipamentos de processo (SECCHI *et al.*, 1990). O desempenho desses sistemas está limitado pelo modelo, que deve ser o mais acurado possível. As estratégias de controle não-linear podem estar baseadas na representação do processo através de um modelo não-linear. Dentre as técnicas mais comuns estão o **controle preditivo não-linear** e o **controle globalmente linearizante**, baseado na linearização do sistema através de uma mudança de coordenadas determinada por técnicas de geometria diferencial (ISIDORI, 1995; KANTER *et al.*, 2001). Demais técnicas que se enquadram nesta categoria são as de controle robusto (MORARI & ZAFIRIOU, 1989) e as técnicas baseadas no comportamento humano (CAMPOS & SAITO, 2004) tais como: **controladores com redes neurais, controle fuzzy e sistemas especialistas**.

2.1.2 – ESTRUTURA DE CONTROLE

O sistema de controle pode ser estruturado de três formas básicas, como apresentado pela FIGURA II. 2, FIGURA II. 3 e FIGURA II. 4. A FIGURA II. 2 apresenta a estrutura *feedback* baseada na retroalimentação. A principal característica é o fato de que primeiro ocorre o desvio entre *setpoint* e variável controlada para que depois seja tomada a ação de controle para eliminar esta diferença (SEBORG *et al*, 2003). Sua importância está no fato de que a variável controlada é sempre medida. A FIGURA II. 3 ilustra a estrutura utilizada pela técnica de controle por modelo interno (IMC) sendo claramente observado a presença do modelo interno perfeito da planta. Finalmente, a FIGURA II. 4 apresenta a estrutura *feedforward* baseada na antecipação. A principal característica é o fato de que há uma antecipação da ação de controle a partir de alterações na variável distúrbio. A variável controlada não é medida em estruturas *feedforward* puras e assim, deve ser sempre utilizada em conjunto com a estrutura *feedback*, como apresentado na FIGURA II. 4 (SEBORG *et al*, 2003).

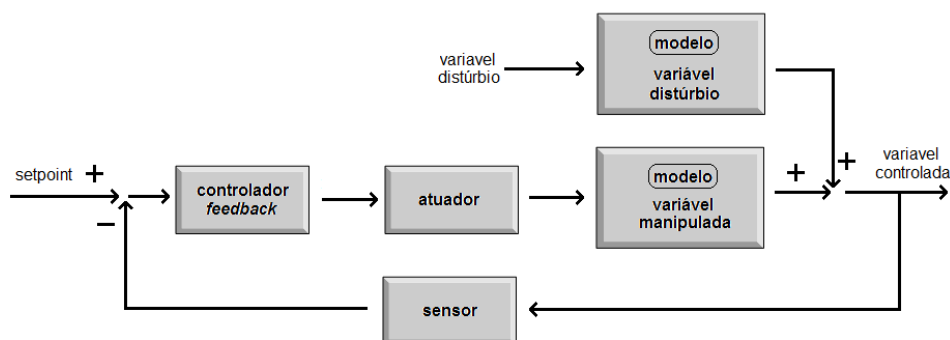


FIGURA II. 2 - ESTRUTURA *FEEDBACK*

FONTE: O Autor, (2009)

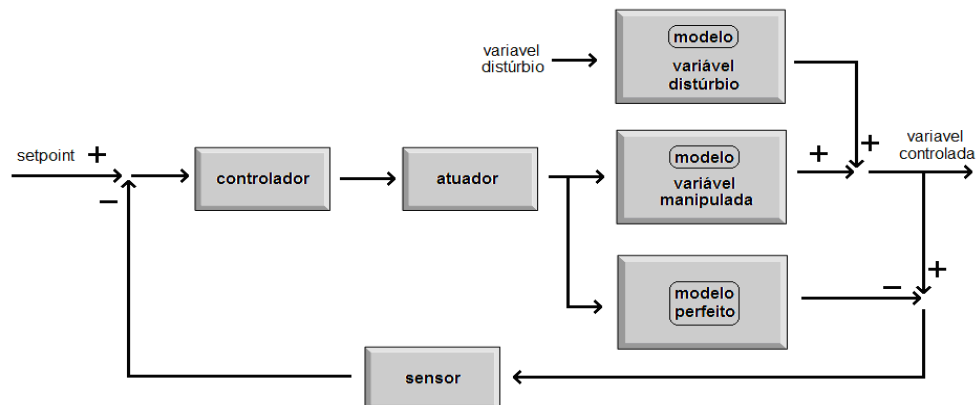


FIGURA II. 3 - ESTRUTURA *FEEDBACK* COM TÉCNICA DE CONTROLE POR MODELO INTERNO
 FONTE: O Autor, (2009)

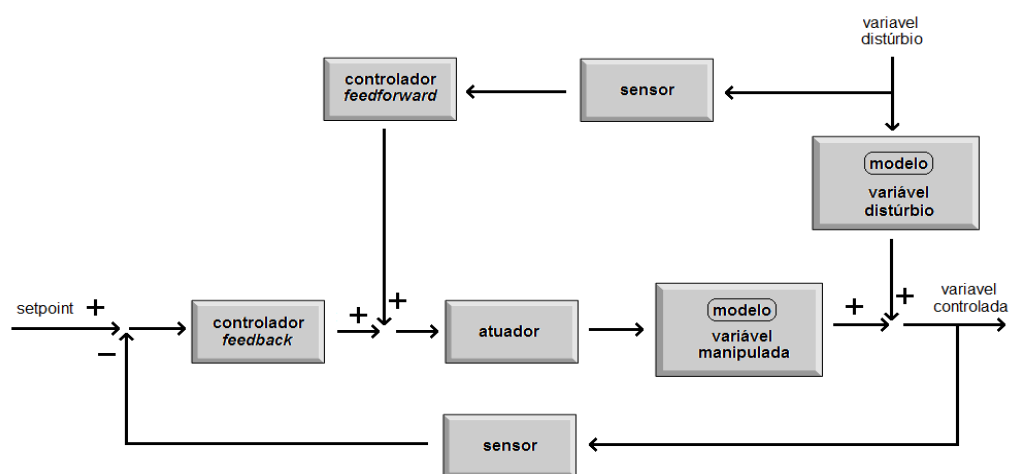


FIGURA II. 4 - ESTRUTURA *FEEDFORWARD*

FONTE: O Autor, (2009)

3 – EQUAÇÕES DIFERENCIAIS DE ORDEM FRACIONÁRIA

3.1 – BREVE HISTÓRICO

A teoria das derivadas de ordem não-inteira remonta à Leibnitz em 1695 quando, em uma nota enviada a L'Hospital, discutiu o significado da derivada de ordem meia ($1/2$). Essa nota levou ao surgimento da teoria das derivadas e integrais de ordem arbitrária, que durante três séculos foi tratada como um campo matemático puramente teórico (HILFER, 2000). No final do século XIX esta teoria tomou forma devido aos trabalhos de Liouville, Grünwald, Letnikov e Riemann. Durante o século XX, especialmente a partir da década de 60, apesar de surgirem novas teorias, o foco principal das pesquisas foi a aplicação do ferramental existente

às ciências experimentais, visando à descrição matemática de sistemas poliméricos, eletroquímicos, biológicos, bem como a descrição de fenômenos de transporte e o desenvolvimento de técnicas de controle de processos (PODLUBNY, 1999a).

As Equações Diferenciais Fracionárias são um excelente instrumento para a descrição de propriedades de memória e hereditariedade de vários materiais e processos e tal estudo foi desempenhado por DENG (2007), entre outros. Esta é a principal vantagem das derivadas de ordem não-inteira em comparação com as derivadas de ordem inteira, onde tais efeitos são de fato negligenciados. Em seus estudos, DENG (2007) prova que um operador diferencial de ordem inteira é somente um operador local, enquanto um operador fracionário é um operador não-local. A propriedade da não-localidade de um operador consiste do fato de que o próximo estado de um sistema não só depende de seu estado atual, mas também de todos os estados anteriores a partir do estado inicial (DENG, 2007).

3.2 – DEFINIÇÃO E REPRESENTAÇÃO

A representação de uma derivada inteira de ordem n , sendo $n \in \mathbb{Z}$, é dada por:

$$f^{(n)}(x) = \frac{d^n f(x)}{dx^n} = \lim_{h \rightarrow \infty} \frac{1}{h^n} \cdot \sum_{r=0}^n (-1)^r \cdot \binom{n}{r} \cdot f(x-r \cdot h),$$

$$\text{onde:} \quad \binom{n}{r} = \frac{n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot (n-r+1)}{r!}$$
(II.01)

Derivadas de ordem fracionária constituem uma generalização da expressão acima, permitindo que a ordem da derivada, β , seja tal que $\beta \in \mathfrak{R}$ (OLDHAM & SPANIER, 2006). Enquanto derivadas de ordem inteira necessitam de apenas um valor do domínio da função, aquele no qual se deseja o valor da derivada, a representação e o cálculo de derivadas de ordem fracionária necessitam de dois valores. Além do valor no qual se deseja o valor da derivada, um segundo valor representando um valor a qualquer tal que $a < x$ torna-se necessário. Assim, a corresponde a um terminal inferior, definindo o limite do domínio da função ou da derivada (PODLUBNY, 1999a). Costuma-se representar a derivada de ordem fracionária de ordem β por:

$$f^{(\beta)}(x) = \frac{d^\beta f(x)}{dx^\beta} = {}_a D_x^\beta f(x), \quad (\text{II.02})$$

A forma de cálculo ou de representação de ${}_a D_x^\beta f(x)$ não é única, sendo que cada uma apresenta vantagens e desvantagens, conforme será visto nos próximos capítulos. Abaixo são apresentadas as principais representações utilizadas (HILFER, 2000):

Grünwald-Letnikov

$${}_a D_x^\beta f(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h^\beta} \cdot \sum_{r=0}^n (-1)^r \cdot \binom{\beta}{r} \cdot f(x - r \cdot h) \quad (\text{II.03})$$

Riemann-Liouville

$${}_a D_x^\beta f(x) = \frac{d^{m+1}}{dx^{m+1}} \left[\int_a^x (x - \tau)^{m-\beta} \cdot f(\tau) d\tau \right], \text{ onde: } m \leq \beta \leq m+1; \beta \in \mathbb{R}; m \in \mathbb{N} \quad (\text{II.04})$$

Caputo

$${}_a D_x^\beta f(x) = \frac{1}{\Gamma(m - \beta)} \cdot \left[\int_a^x \frac{f^{(m)}(\tau)}{(x - \tau)^{\beta+1-m}} d\tau \right], \text{ onde: } m \leq \beta \leq m+1; \beta \in \mathbb{R}; m \in \mathbb{N} \quad (\text{II.05})$$

Hamardad

$${}_a D_x^\beta f(x) = \frac{\beta}{\Gamma(1 - \beta)} \cdot \int_a^x \frac{f(x) - f(\tau)}{x \cdot \left(\ln \left(\frac{x}{\tau} \right) \right)^{\beta+1}} d\tau, \quad (\text{II.06})$$

Marchaud

$${}_{-\infty} D_x^\beta f(x) = \frac{\beta}{\Gamma(1 - \beta)} \cdot \left[\int_{-\infty}^x \frac{f(x) - f(\tau)}{(x - \tau)^{\beta+1}} d\tau \right] \quad (\text{II.07})$$

Chen

$${}_a D_x^\beta f(x) = \frac{1}{\Gamma(1 - \beta)} \cdot \frac{d}{dx} \left[\int_a^x f(\tau) \cdot (x - \tau)^{-\beta} d\tau \right] \quad (\text{II.08})$$

Devido à quantidade e à complexidade de representações, torna-se difícil uma interpretação física para derivadas de ordem fracionária, diferentemente de derivadas de ordem inteira (MACHADO, 2003). Segundo o autor, diversas interpretações plausíveis já foram propostas e reportadas, porém uma alternativa plausível é a explanação a partir de uma abordagem probabilística. Para ilustração,

considerou-se a representação de Grünwald-Letnikov indicada a seguir, obtida a partir derivadas retrógradas, extraída de MACHADO (2003).

$$\mathbb{D}_x^\beta f(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \left[\frac{1}{h^\beta} \cdot \sum_{k=0}^{\infty} \gamma(\beta, k) \cdot f(x - k \cdot h) \right], \text{ onde: } \gamma(\beta, k) = (-1)^k \cdot \left[\frac{\Gamma(\beta + 1)}{k! \cdot \Gamma(\beta - k + 1)} \right] \quad (\text{II.09})$$

Assim, observa-se que a derivada fracionária é uma soma ponderada do valor atual da função $f(x)$, obtido para $k=0$ e valores passados de $f(x)$, obtidos para $k>1$, ou seja, $f(x-h)$; $f(x-2 \cdot h)$; ... ; $f(x-n \cdot h)$; Considerando $0 < \beta < 1$, o fator de ponderação de $f(x)$ é sempre igual a 1, e para os demais valores, quanto mais próximos do valor presente, $f(x)$, mais próximo de 1 é o fator de ponderação, como pode ser visto nos pontos indicados na FIGURA II. 5, que ilustra de forma gráfica o cálculo da derivada fracionária.

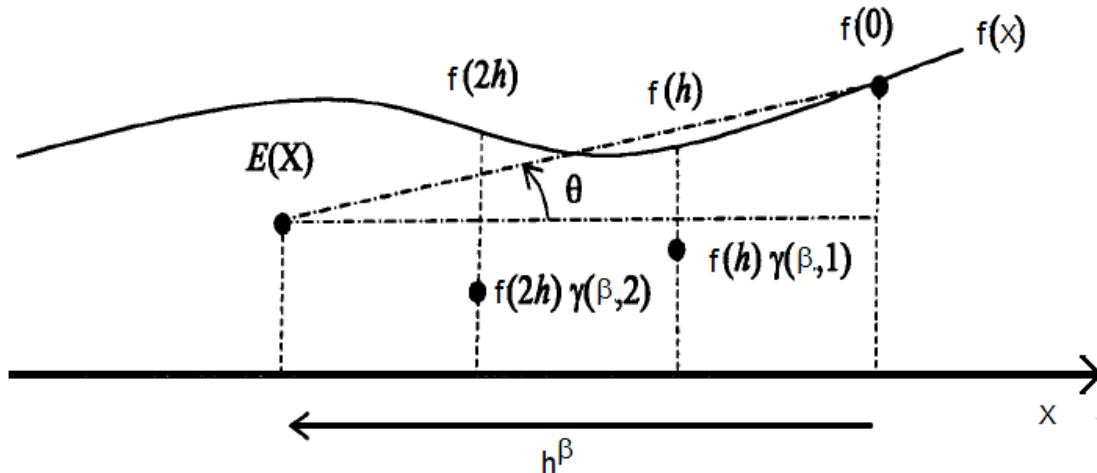


FIGURA II. 5 - INTERPRETAÇÃO GEOMÉTRICA DA DERIVADA DE ORDEM FRACIONÁRIA
FONTE: MACHADO (2003)

Assim, a derivada de ordem fracionária corresponde à inclinação θ do triângulo indicado, sendo um dos vértices o valor presente de $f(x)$ e o outro dado por $E(x)$, situado em $x = h^\beta$, que representa uma média dos valores de $f(x)$ ponderados, ou seja, o produto $f(x-n \cdot h) \cdot \gamma(\beta, n)$. A base é sempre paralela ao eixo X. Desta forma, quando $\beta = 1$, todos os valores de γ são iguais a zero, e o valor imediatamente antes da informação presente tem valor 1, assim, resulta a clássica fórmula da tangente. Quando $\beta = 0$, todos os valores de γ são iguais a zero, apenas o valor presente é

igual a 1, resultando no próprio valor da função. Assim, à medida que $h \rightarrow 0$, tem-se que $\theta \rightarrow D_x^{\beta} f(x)$.

3.3 – APLICAÇÕES

O uso de equações diferenciais de ordem fracionária em ciências aplicadas e experimentais teve seu início a partir dos anos 60. O espectro de aplicações tornou-se imenso, a partir do enorme grau de generalização obtido pela flexibilização da ordem da derivada. A seguir, alguns exemplos de aplicações reportadas na literatura.

Uma das principais aplicações de equações diferenciais fracionárias está relacionada à modelagem de processos de difusão (CRANK, 1980) em meios heterogêneos e anisotrópicos (LENZI *et al.*, 2006). São reportadas aplicações relacionadas à modelagem de processos eletroquímicos (OLDHAM, 1976), descrição do comportamento de fluídos visco-elásticos (BAGLEY & TORVIK, 1986), circuitos elétricos (PIVKA & SPANY, 1993), sistemas particulados (KHAN & MORRIS, 2005) e sistemas biológicos (ANASTASIO, 1994). Uma das mais recentes tendências de aplicação de equações diferenciais e objetivo principal deste trabalho é a engenharia de processamento e a engenharia de sistemas, focando a identificação e o controle fracionário de processos (PODLUBNY, 1999b).

4 – IDENTIFICAÇÃO FRACIONÁRIA DE PROCESSOS

A modelagem matemática de processos consiste na obtenção de algum tipo de expressão que seja capaz de descrever, mesmo que de forma aproximada, o seu comportamento dinâmico ou estacionário. Modelos matemáticos podem ser obtidos a partir de duas abordagens básicas ao problema. A primeira abordagem consiste na formulação de balanços de massa, energia e quantidade de movimento, levando à derivação de modelos fundamentais ou baseados nos princípios fundamentais. Uma segunda abordagem consiste no ajuste matemático de dados experimentais com o auxílio de alguma equação, sem preocupação com o caráter teórico, levando à obtenção de modelos denominados empíricos (ARIS, 1993).

A principal vantagem dos modelos fundamentais é, devido ao embasamento teórico, a sua capacidade de extrapolação de resultados. No trabalho com modelos empíricos, tarefas de extrapolação tornam-se muito arriscadas, muitas vezes levando a resultados incoerentes. Desta forma, modelos empíricos são indicados para tarefas de interpolação apenas (AGUIRRE, 2007).

Modelos fundamentais são mais completos. No entanto, sua complexidade (quantidade de equações, variáveis, parâmetros e fenômenos descritos) muitas vezes torna-os impeditivos para o uso em aplicações de controle e otimização em tempo real. Além disso, algumas dificuldades inerentes acabam surgindo durante a modelagem fundamental, como por exemplo, a escolha da equação de estado termodinâmica, a escolha da expressão para a taxa de reação, o cálculo dos coeficientes de transferência de calor e massa, além de outros termos envolvidos (LEVENSPIEL, 2002).

Modelos empíricos, por sua vez, são desenvolvidos para utilização em aplicações em tempo real, bem como cenários nos quais a disponibilidade de um modelo simplificado torna-se um pré-requisito fundamental. Apesar de não terem relação alguma com os fenômenos que ocorrem no sistema modelado, sendo resultado de um ajuste matemático e estimação de parâmetros, modelos empíricos tornam-se atrativos pela rapidez e facilidade com que podem ser obtidos (PEARSON, 2006).

Uma abordagem muito atraente para a modelagem matemática empírica de processos é o uso de técnicas de identificação de processos. A identificação de processos corresponde a uma modelagem empírica, na qual são introduzidos distúrbios de intensidade e magnitude conhecidos ao sistema, sendo observado o comportamento da resposta do sistema às perturbações. Uma das vantagens refere-se à rapidez na obtenção do modelo, além da simplicidade dos modelos obtidos (NELLES, 2001). Dentre as técnicas de identificação existem as técnicas clássicas, baseadas na introdução de distúrbio tipo degrau ou rampa e o conseqüente ajuste dos dados de resposta a partir de um modelo de primeira ordem, ou segunda ordem (SEBORG *et al.*, 2003). Técnicas mais complexas utilizam seqüências de degraus aleatórios de distúrbios (SEBORG & HENSON, 1996).

Uma alternativa aos processos descritos acima e uma das propostas deste trabalho corresponde ao uso de técnicas de identificação fracionária. Estas técnicas freqüentemente têm o mesmo fundamento teórico ou a mesma metodologia das

técnicas de identificação clássicas, mas são baseadas no uso de equações diferenciais fracionárias, aumentando o poder de ajuste de dados experimentais, sem alterar a complexidade da formulação matemática ou a quantidade de parâmetros envolvidos.

Uma revisão da literatura indica que a identificação fracionária ainda não é uma técnica amplamente explorada, tendo em vista a pouca quantidade de trabalhos reportados. A seguir, são descritos alguns trabalhos envolvendo identificação fracionária de processos.

PODLUBNY (1999b) apresenta a identificação de processos a partir da aplicação de perturbações do tipo degrau, e compara o ajuste de dados entre modelos baseados em equações diferenciais fracionárias (modelos fracionários) e modelos baseados em equações diferenciais de ordem inteira (modelos inteiros). Verifica-se que para um mesmo conjunto de parâmetros, modelos fracionários resultaram em melhor ajuste de dados experimentais. No entanto, o autor não informa como foi feita a estimação dos parâmetros, apenas o critério dado pela minimização das distâncias quadráticas entre os pontos experimentais e pontos teóricos fornecidos pelo modelo.

POINOT & TRIGEASSOU (2004) reportam uma abordagem alternativa que fornece bons modelos, mas cuja implementação representa uma tarefa complexa. Isso porque o desenvolvimento do modelo divide-se em três níveis: a estimação de um ganho estático, de uma constante de tempo e da ordem da derivada. O critério de estimação também é dado pela minimização das distâncias quadráticas entre os pontos experimentais, mas utilizando técnicas de otimização não-linear, sendo a técnica validada com pontos experimentais. Outra abordagem é fornecida por (HARTLEY & LORENZO, 2003), utilizando distribuições e o domínio de frequências, diferentemente dos trabalhos anteriormente descritos que reportaram a identificação conduzida no domínio do tempo. Neste trabalho, os autores descrevem a função de transferência como uma integral que surge a partir da soma dos termos fracionários que compõem a expressão. Este somatório é generalizado para uma integral que reflete uma distribuição estatística, e nesta representação integral, o problema é reescrito de tal forma a ser estudado no domínio de fases. Desta forma, os autores, reportam a identificação adequada de processos fracionários, a partir de métodos de programação não linear.

A partir da técnica da técnica de Podlubny, CÂMARA *et al.* (2008) estudaram a identificação fracionária de processo térmico de aquecimento de uma esfera de polietileno, sendo utilizados algoritmos genéticos para a estimação de parâmetros, resultando em um melhor ajuste de dados experimentais pelo modelo fracionário quando comparado com o modelo inteiro com mesma quantidade de parâmetros.

5 – CONTROLE FRACIONÁRIO DE PROCESSOS

A expressão controle fracionário reflete a abordagem do problema de controle clássico de processos utilizando equações diferenciais de ordem fracionária. O campo de aplicação do controle fracionário é muito vasto e a literatura apresenta diversos resultados teóricos e experimentais, comprovando o sucesso desta nova abordagem para o controle de processos. A seguir, serão reportados alguns trabalhos que tiveram importância na evolução técnica de controle.

Em termos históricos, a primeira aplicação com sucesso de controle fracionário é reportada por MANABE (1961), no qual foi usada uma equação diferencial de ordem fracionária para a síntese de controladores em estrutura *feedback*. Em seguida, OUSTALOUP (1975) aplicou técnicas de controle fracionário para sistemas de geração de *laser* colorido.

DORÇAK (1994) apresenta um estudo fundamental para o controle fracionário de processos sobre como estudar e resolver os modelos matemáticos obtidos a partir de equações diferenciais fracionárias. O autor aborda o uso de ferramentas numéricas e analíticas, bem como ilustra a importância de hipóteses simplificadoras.

OUSTALOUP *et al.* (1996) reportam a aplicação de controle fracionário no projeto do sistema de controle de suspensões automotivas, desenvolvendo um protótipo e avaliando o desempenho a partir do uso de equações diferenciais fracionárias quando a suspensão é submetida à perturbações de carga. Este estudo foi feito com base na filosofia CRONE.

MATIGNON & ANDRÉA-NOVEL (1997) propõem uma abordagem inovadora para a implementação de controladores fracionários: o uso de sensores virtuais. Estudos teóricos foram conduzidos, mostrando a viabilidade do uso desta abordagem ao controle de sistemas mecânicos amortecidos.

PODLUBNY (1999b) apresenta um estudo teórico de suma importância para a consolidação de controladores PID fracionários no qual, para um dado sistema, são conduzidos estudos teóricos. Os resultados mostram a superioridade de controladores fracionários aplicados a sistemas fracionários quando comparados a controladores clássicos aplicados aos mesmos sistemas fracionários. Além disso, são reportados estudos envolvendo a análise da estrutura do controlador e de parâmetros de sintonia sobre o desempenho da malha.

Alguns estudos envolvendo a teoria de controle fracionário são apresentados por RAYNAUD & ZERGAINOH (2000) que abordam a representação em espaço de estados do controlador e suas variáveis. A abordagem utilizada é extremamente interessante, no entanto sua aplicação se limita à sistemas lineares.

HARTLEY & LORENZO (2002) reportam um estudo no qual é avaliado o efeito de memória em controle fracionário. A importância deste estudo se reflete no efeito de memória introduzido pela ferramenta matemática utilizada: as equações diferenciais fracionárias. Desta forma, os autores analisam a influência da inicialização do sistema, e o desempenho é avaliado em função de posições de zeros e pólos do sistema. Deve-se ressaltar que foram conduzidos apenas estudos teóricos.

POMMIER *et al.* (2002) aplicam o controle fracionário com sucesso à atuadores hidráulicos e componentes de sistemas de suspensão automotiva. Além da validação experimental, deve-se ressaltar a aplicação à sistemas considerados não-lineares.

SABATIER *et al.* (2002) aplicaram o controle fracionário CRONE a sistemas com parâmetros variáveis, mostrando a robustez e o bom desempenho do controlador. Mais uma vez os estudos relatados são de cunho exclusivamente teórico.

XUE & CHEN (2002) apresentam um estudo teórico bastante completo e de suma importância para o estudo de controladores fracionários. O trabalho apresenta a comparação de desempenho de quatro técnicas de controle fracionário: controle TID, controle CRONE, controle PID fracionário e compensador fracionário.

ZENG *et al.* (2002) apresentam estudos teóricos sobre a influência da ordem da derivada fracionária sobre o desempenho do laço de controle.

AHMAD *et al.* (2004) utilizam a estratégia *feedback* lançando mão de controladores fracionários. Um sistema é analisado em múltiplos ganhos, sendo

utilizado para tanto a ordem fracionária das equações que descrevem o referido sistema. O objetivo pretendido pelos autores foi alcançado, sendo eliminada a influência de comportamentos caóticos da trajetória do sistema, conduzindo o sistema ao estado de equilíbrio, ou seja, podendo ser controlado.

BARBOSA *et al.* (2004) apresentam um estudo teórico descrevendo uma abordagem inovadora baseada nos diagramas de Bode, levando à uma sintonia robusta.

MA & HORI (2004a) apresentam um estudo muito importante sobre técnicas numéricas alternativas para a simulação de malhas de controle fracionário. Apesar de teórico, o estudo apresenta o uso de escalas de tempo diferentes para o controle de um dado sistema.

MA & HORI (2004b) analisam o controle de velocidade de sistemas mecânicos a partir do uso de controladores PID fracionários. Os estudos são conduzidos no domínio de frequência e através de ensaios experimentais a superioridade da técnica de controle é confirmada.

MONJE *et al.* (2004) reportam um dos primeiros trabalhos dedicados à sintonia de controladores. A importância deste trabalho está na consideração de algumas incertezas do processo, visando uma sintonia mais robusta.

SABATIER *et al.* (2004) apresentam o uso de técnicas de controle fracionário no controle de velocidade de sistemas eletromecânicos. Os autores apresentam resultados experimentais validando o uso de controle fracionário, e um dos principais resultados é a robustez da técnica de controle fracionário, frente a erros de medição da variável controlada.

SILVA *et al.* (2004) apresentam um estudo sobre o uso de controle fracionário para aplicação em robôs hexápodes. Mais especificamente, são conduzidos estudos teóricos, visando o controle de trajetória durante a locomoção. O estudo de caráter teórico leva em conta efeitos de atrito nas articulações das pernas. Como conclusões, os autores apresentam um critério de caminhada que revela a superioridade do desempenho do controle fracionário em relação ao controle inteiro.

CAO *et al.* (2005) reportam um estudo teórico envolvendo o uso de controle fracionário para um processo de primeira ordem. O aspecto relevante do trabalho é o uso de algoritmos genéticos para a sintonia dos parâmetros do controlador, a partir da minimização de uma função objetivo baseada na soma do quadrado das distâncias entre o valor de saída e o *set-point*. A técnica de sintonia se mostrou eficiente, uma vez que o controlador faz com que o sistema de primeira ordem atinja o *set-point*.

Apesar da relevância, o trabalho não apresenta nenhum estudo comparativo com outras técnicas de sintonia previamente reportadas.

CALDERÓN *et al.* (2006) reporta o uso de estratégias de controle fracionário com conversores eletro-eletrônicos. O estudo consiste na aplicação de controladores PID fracionários com validação experimental e também o uso de robôs hexápodes. O desempenho da caminhada do robô é utilizado para a aplicação de controle e esta é avaliada utilizando critérios de Nyquist.

LADACI & CHAERF (2006) apresentam um dos primeiros trabalhos sobre controle fracionário adaptativo. A importância do mesmo está no fato de que o controlador adapta-se à realidade ao qual está submetido de uma maneira mais rápida, sendo mais eficiente na eliminação de distúrbios. Os autores conduziram apenas estudos de simulação, mostrando a superioridade do controle fracionário adaptativo em relação ao controle adaptativo clássico.

VALÉRIO & COSTA (2006) apresentam estudos muito importantes referentes à sintonia de controladores fracionários. O estudo é de caráter teórico e apresenta técnicas baseadas na abordagem de Ziegler-Nichols.

BONNET & PARTINGTON (2007) reportam estudos teóricos envolvendo o uso de técnicas de controle fracionário para sistemas com atraso, que, em geral, são de difícil controlabilidade.

DE LA SEN (2008) apresenta o uso da representação de sistemas não-lineares e de parâmetros não-constantess a partir de equações fracionárias. Desta forma, o sistema, descrito é submetido à estudos teóricos visando o controle a partir de uma técnica de ganho escalonado. A técnica proposta mostrou-se satisfatória para o controle, inclusive para sistemas com atrasos.

FERREIRA *et al.* (2008) apresentam estudos teóricos para o uso de controle fracionário à manipuladores mecânicos, obtendo resultados bastante expressivos no que se refere ao comportamento dinâmico de sistemas controlados pela técnica fracionária.

LI *et al.* (2008) apresentam o uso de controle fracionário robusto para o controle sistemas de potência sendo os mesmos modelados por sistemas de equações algébrico-diferenciais fracionárias. Os resultados são teóricos, mas também de bastante impacto, tendo em vista a inserção e análise do controle robusto.

LADACI *et al.* (2008) apresentam um estudo bastante relevante considerando o uso de controladores fracionários adaptativos, baseados em elevados ganhos do

sistema. A estratégia é analisada considerando apenas estudos teóricos, sendo utilizada com sucesso para o controle de um sistema genérico proposto pelos autores.

TAVAZOEI & HAERI (2008) reforçam a habilidade do controle fracionário para o controle de sistemas caóticos. A importância do trabalho se reflete na simplicidade da técnica proposta, bem como em sua capacidade de eliminar oscilações ou reduzir os seus efeitos.

6 – ANÁLISE DA REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Nesta seção será feita uma análise da revisão bibliográfica, ressaltando algumas lacunas existentes e as contribuições deste trabalho.

Em primeiro lugar, analisando-se os trabalhos revisados, verifica-se que a identificação fracionária apresenta algumas lacunas a serem preenchidas. O principal aspecto se refere à análise estatística dos resultados. Mais especificamente, não foram encontrados trabalhos que focam a análise de erro e de variância do modelo identificado, bem como análise de erros dos parâmetros obtidos. Em um segundo plano, o estudo comparativo entre técnicas de otimização para a busca dos parâmetros ótimos não foi encontrada. A partir dos trabalhos revisados, verifica-se, também, que a aplicação do controle fracionário restringe-se basicamente a sistemas elétricos, mecânicos e robóticos, não sendo reportadas até o momento aplicações teóricas ou experimentais de controle fracionário a processos químicos e petroquímicos. Consideráveis avanços foram alcançados em relação à teoria do controle fracionário contínuo, no entanto, não foram encontrados estudos sobre a aplicação de derivadas fracionárias à formulação de controle por modelo interno (IMC).

Desta forma, o trabalho proposto foca o preenchimento das seguintes lacunas:

- identificação de processos fracionários, focando o estudo de diferentes técnicas de estimação de parâmetros, bem como a análise estatística do modelo e dos parâmetros;
- controle fracionário consistindo no uso de técnicas de controle da família PID e da estrutura *feedback*, aplicado a dados experimentais de equipamentos da indústria petroquímica;

- aplicação de controle fracionário utilizando a técnica de controle por modelo interno.

III - METODOLOGIA

1 – INTRODUÇÃO

Neste capítulo, será discutida a metodologia utilizada para realização deste trabalho. Serão abordadas a representação de derivada fracionária utilizada, métodos de otimização, análise estatística, bem como métodos matemáticos utilizados para a solução de equações diferenciais de ordem fracionária.

2 – REPRESENTAÇÃO DE CAPUTO

A derivada fracionária de uma função $f(x)$ pode ser obtida a partir de diversas representações, como mencionado na seção 3.2 do Capítulo 2. Cada representação possui tanto aspectos positivos como aspectos negativos. Em particular, neste trabalho será considerada a representação de Caputo (CAPUTO, 1967) para derivadas fracionárias de ordem β , sendo definida pela expressão a seguir:

$${}_a D_x^\beta f(x) = \frac{1}{\Gamma(m-\beta)} \cdot \left[\int_a^x \frac{f^{(m)}(\tau)}{(x-\tau)^{\beta+1-m}} d\tau \right], \text{ onde: } m \leq \beta \leq m+1; \beta \in \mathbb{R}; m \in \mathbb{N} \quad (\text{III.01})$$

Uma das principais vantagens para o uso da representação de Caputo está ligada à solução de equações diferenciais de ordem fracionária. A solução de uma equação diferencial possui constantes de integração que devem ser determinadas a partir de condições iniciais ou condições de contorno para que a solução seja individualizada. Apesar da ordem fracionária, equações diferenciais cuja representação de derivadas é feita a partir da abordagem de Caputo, podem lançar mão de condições iniciais ou condições de contorno que utilizam derivadas de ordem inteira. A vantagem do uso de derivadas de ordem inteira para representar as condições está associada à interpretação física que as mesmas podem possuir (PODLUBNYb, 1999). Por exemplo, se a condição é o próprio valor da função (derivada de ordem zero) isso pode corresponder à temperatura de um fluido em mudança de fase. Condições de máximo, mínimo ou superfícies isoladas podem ser expressas por derivadas de primeira ordem iguais a zero.

3 – VARIÁVEL TIPO DESVIO

Outra vantagem para o uso da representação de Caputo é o fato de que a derivada de ordem β de uma função constante qualquer, por exemplo, $f(x) = c$, com $c \in \mathfrak{R}$, é igual a 0. Isso não ocorre caso for utilizada, por exemplo, a representação de Rieman-Liouville para o cálculo da derivada fracionária. Esta propriedade é de fundamental importância no estudo de controle de processos devido à possibilidade do uso de variáveis do tipo desvio (BEQUETTE, 1998), que são expressas por uma diferença entre o valor real da variável e o valor de estado estacionário que é constante por definição.

$$A_{\text{desvio}}(t) = A(t) - A_{\text{estacionário}} \quad \rightarrow \quad \frac{d^{\beta} A_{\text{desvio}}(t)}{dt^{\beta}} = \frac{d^{\beta} A(t)}{dt^{\beta}} \quad (\text{III.02})$$

Supondo uma equação diferencial linear de ordem β seja dada pela expressão:

$$\frac{d^{\beta} y(t)}{dt^{\beta}} + \kappa \cdot y(t) = f(t) \quad (\text{III.03})$$

No estado estacionário, a variação com o tempo é nula, resultando em:

$$\kappa \cdot y_{\text{estacionário}} = f_{\text{estacionário}} \quad (\text{III.04})$$

Portanto, subtraindo a Eq. (III.04) da Eq. (III.03), leva à expressão

$$\frac{d^{\beta} y(t)}{dt^{\beta}} + \kappa \cdot [y(t) - y_{\text{estacionário}}] = [f(t) - f_{\text{estacionário}}] \quad (\text{III.05})$$

A partir da definição da Eq. (III.02), pode-se reescrever a equação (III.05) em termos de variável desvio. Observa-se que a equação resultante, Eq. (III.06), possui a mesma estrutura da equação diferencial original Eq. (III.03), fato que só é possível porque a derivada da função constante é igual a zero, uma vez que foi utilizada a representação de Caputo.

$$\frac{d^{\beta} y_{\text{desvio}}(t)}{dt^{\beta}} + \kappa \cdot y_{\text{desvio}}(t) = f_{\text{desvio}}(t) \quad (\text{III.06})$$

Deve-se ter em mente que, ao ser aplicado um dado distúrbio em um processo em estado estacionário, a condição imediatamente antes da aplicação do distúrbio é a condição inicial do problema dinâmico. Portanto, resulta a partir do uso da definição de variável desvio que:

$$y(0) = y_{\text{estacionário}} \rightarrow y(0) - y_{\text{estacionário}} = 0 \rightarrow y_{\text{desvio}}(0) = 0 \quad (\text{III.07})$$

Finalizando, a principal vantagem do uso de variáveis tipo desvio é o fato de as condições iniciais serem iguais a zero. Em geral, esta propriedade das condições iniciais facilita a determinação das constantes de integração e facilita a solução de equações diferenciais a partir o uso de transformadas de Laplace. Com esse objetivo, neste trabalho, serão utilizadas variáveis desvio para os estudos de identificação e de controle.

4 – TRANSFORMADA DE LAPLACE

Uma das técnicas de solução analítica de equações diferenciais lineares é baseada em transformadas integrais (RICE & DO, 1995). Nesta técnica, é feita uma mudança de variáveis independentes de um domínio t pra um domínio s sendo que a representação neste novo domínio permite transformar a equação em uma estrutura com maior facilidade para se obter a solução. Por exemplo, equações diferenciais ordinárias podem ser transformadas em equações algébricas, equações diferenciais parciais podem ser transformadas em equações diferenciais ordinárias. Deve-se ter em mente a necessidade de se desfazer a transformação para que a solução no domínio transformado s seja expressa em termos da variável original do problema, t . A Eq. (III.08) apresenta a equação genérica de uma transformada integral.

$$F(s) = \int_a^b K(s, t) \cdot f(t) dt \quad (\text{III.08})$$

Na Eq. (III.08) acima, $f(t)$ é a função original que será transformada em $F(s)$ a partir de uma integral definida pelos limites a e b . Esta integral possui, ainda, uma função kernel (núcleo) da transformação $\kappa(s,t)$, cujo objetivo principal é garantir a convergência da integral. A transformada de Laplace é dada pela expressão a seguir, sendo um caso particular da Eq. (III.08).

$$F(s) = \int_0^{\infty} e^{-s \cdot t} \cdot f(t) dt \quad (\text{III.09})$$

Com isto, tem-se que transformada de Laplace da derivada de Caputo é dada pela expressão a seguir (PODLUNBY, 1999b):

$$\int_0^{\infty} e^{-s \cdot t} \cdot \left[{}_0^{\beta} D_t f(t) \right] dt = s^{\beta} \cdot F(s) - \sum_{k=0}^{n-1} s^{\beta-k-1} \cdot f^{(k)}(0), \text{ onde } n-1 < \beta < n \quad (\text{III.10})$$

Para o caso particular de condições iniciais nulas, a transformada é dada por:

$$\int_0^{\infty} e^{-s \cdot t} \cdot \left[{}_0^{\beta} D_t f(t) \right] dt = s^{\beta} \cdot F(s), \text{ onde } n-1 < \beta < n \quad (\text{III.11})$$

Deve-se ressaltar que o limite inferior da derivada de Caputo deve ser igual ao limite inferior da integral da definição da transformada de Laplace, ou seja, $a=0$. Por tanto, neste trabalho, sempre que necessário, será utilizada a técnica de transformada de Laplace para a solução de equações diferenciais de ordem fracionária.

5 – FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA

A descrição matemática das estruturas de controle é freqüentemente feita a partir de funções de transferência. Estas funções relacionam o comportamento da variável de saída, $Y(s)$, de um dado sistema frente a perturbações na variável de entrada do sistema, $X(s)$ (KOPPEL, 1968). Matematicamente são expressas por um quociente de polinômios de s dado pela expressão:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{b_m \cdot s^m + b_{m-1} \cdot s^{m-1} + \dots + b_2 \cdot s^2 + b_1 \cdot s + b_0}{a_n \cdot s^n + a_{n-1} \cdot s^{n-1} + \dots + a_2 \cdot s^2 + a_1 \cdot s + a_0}, \text{ onde } m < n \quad (\text{III.12})$$

A transformada de Laplace inversa para uma função de transferência dada pela Eq. (III.12) é apresentada por PODLUBNY (1999b). A TABELA III. 1 apresenta a transformada de Laplace inversa de casos particulares da Eq. (III.12), frente a perturbações do tipo degrau (função Heaviside) ou impulso (função Delta de Dirac).

TABELA III. 1 - TRANSFORMADA DE LAPLACE INVERSA PARA CASOS PARTICULARES

Caso 01: $C(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{1}{a \cdot s^\alpha + b}$	(III.13)
$X(s) \rightarrow$ Impulso (Função Delta de Dirac)	
$y(t) = \frac{1}{a} \cdot \varepsilon_o\left(t, -\frac{b}{a}; \alpha, \alpha\right)$	(III.14)
$X(s) \rightarrow$ Degrâu (Função Heaviside)	
$y(t) = \frac{1}{a} \cdot \varepsilon_o\left(t, -\frac{b}{a}; \alpha, \alpha + 1\right)$	(III.15)
Caso 02: $C(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{1}{a \cdot s^\beta + b \cdot s^\alpha + c}$	(III.16)
$X(s) \rightarrow$ Impulso (Função Delta de Dirac)	
$y(t) = \frac{1}{a} \cdot \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!} \cdot \left(\frac{-c}{a}\right)^k \cdot \varepsilon_k\left(t, -\frac{b}{a}; \beta - \alpha, \beta + \alpha \cdot k\right)$	(III.17)
$X(s) \rightarrow$ Degrâu (Função Heaviside)	
$y(t) = \frac{1}{a} \cdot \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!} \cdot \left(\frac{-c}{a}\right)^k \cdot \varepsilon_k\left(t, -\frac{b}{a}; \beta - \alpha, \beta + \alpha \cdot k + 1\right)$	(III.18)
Caso 03: $C(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{1}{a \cdot s^\gamma + b \cdot s^\beta + c \cdot s^\alpha + d}$	(III.19)
$X(s) \rightarrow$ Impulso (Função Delta de Dirac)	
$y(t) = \frac{1}{a} \cdot \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{m!} \cdot \left(\frac{-d}{a}\right)^m \cdot \sum_{k=0}^m \binom{m}{k} \cdot \left(\frac{c}{d}\right)^k \cdot \varepsilon_m\left(t, -\frac{b}{a}; \gamma - \beta, \gamma + \beta \cdot m - \alpha \cdot k\right)$	(III.20)
$X(s) \rightarrow$ Degrâu (Função Heaviside)	
$y(t) = \frac{1}{a} \cdot \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{m!} \cdot \left(\frac{-d}{a}\right)^m \cdot \sum_{k=0}^m \binom{m}{k} \cdot \left(\frac{c}{d}\right)^k \cdot \varepsilon_m\left(t, -\frac{b}{a}; \gamma - \beta, \gamma + \beta \cdot m - \alpha \cdot k + 1\right)$	(III.21)

FONTE: PODLUBNY (1999b)

Para o cálculo dos valores de $y(t)$ é necessário o cálculo da função $\varepsilon_k(t, y; \alpha, \beta)$,

$$\varepsilon_k\left(t, y; \alpha, \beta\right) = t^{\alpha \cdot k + \beta - 1} \cdot E_{\alpha, \beta}^{(k)}\left(y \cdot t^\alpha\right) \quad (III.22)$$

Para tanto, torna-se necessário o cálculo da função Mittag-Leffler, dada por

$$E_{\alpha,\beta}^{(k)}(y \cdot t^\alpha) = \sum_{j=0}^{\infty} \frac{(j+k)! \cdot (y \cdot t^\alpha)^j}{j! \cdot \Gamma(\alpha \cdot j + \alpha \cdot k + \beta)} \quad (\text{III.23})$$

A seguir, é apresentado um resultado generalizado reportado por HARTLEY & LORENZO (1999), onde a transformada de Laplace inversa é obtida para o caso em que $x(s)$ é uma função Delta de Dirac.

$$C_1(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{s^v}{(s^k - a)^r}; \quad y(t) = \sum_{j=0}^{\infty} \frac{\{(-r) \cdot (-1-r) \cdot \dots \cdot (-1-r-j)\} \cdot a^j \cdot t^{(r+j)k-v-1}}{\Gamma(1+j) \cdot \Gamma((r+j) \cdot k - v)} \quad (\text{III.24})$$

6 – ESTIMAÇÃO DE PARÂMETROS

A estimação de parâmetros é de fundamental importância para a identificação de processos. Os parâmetros devem ser escolhidos de forma a minimizarem a distância entre o valor observado e o valor predito pelo modelo (JOHNSON & WICHERN, 2002). Desta forma, para um modelo definido por $y(t) = f(t, a_1, \dots, a_n)$, os valores dos parâmetros a_1, \dots, a_n são tais que minimizam uma dada função objetivo, $FOBJ$, que pode ser definida pela expressão a seguir, na qual NE é o número de pares (t_p, y_p) de pontos experimentais disponíveis:

$$FOBJ = \sum_{p=0}^{NE} (y_{OBS-p} - y_{PRED-p})^2 \quad (\text{III.25})$$

Neste trabalho, será considerado apenas um tipo de modelo dinâmico descrito por equações diferenciais de ordem fracionária, representado pela seguinte expressão:

$$a \cdot \frac{d^\alpha y(t)}{dt^\alpha} + b \cdot y(t) = f(t) \quad (\text{III.26})$$

Esta equação é linear e não-homogênea, podendo ser resolvida pela técnica de transformada de Laplace. Considerando $f(t)$ como sendo um degrau (função Heaviside) unitário, a solução da Eq. (III.26) pode ser obtida com auxílio da TABELA III. 1, sendo expressa por:

$$y(t) = \sum_{j=0}^{\infty} \left[\left[\frac{t^{\alpha}}{a} \right]^{j+1} \cdot \left[\frac{(b)^j \cdot (-1)^j}{\Gamma(\alpha \cdot (j+1) + 1)} \right] \right] \quad (III.27)$$

Portanto, o problema de estimação de parâmetros enfrentado é não-linear, em relação aos parâmetros, e consiste em estimar α , a e b de forma a minimizarem a função objetivo dada pela Eq. (III.28), obtida após da substituição da Eq. (III.27) na Eq. (III.25).

$$FOBJ = \sum_{p=0}^{NE} \left(y_{OBS-p} - \sum_{j=0}^{\infty} \left[\left[\frac{t_p^{\alpha}}{a} \right]^{j+1} \cdot \left[\frac{(b)^j \cdot (-1)^j}{\Gamma(\alpha \cdot (j+1) + 1)} \right] \right] \right)^2 \quad (III.28)$$

De acordo com BARD (1974) e HIMMELBLAU (1970), a estimação pode ser conduzida considerando duas estratégias distintas:

- obter a derivada da função objetivo em relação a cada um dos parâmetros e resolver o sistema de equações algébricas não-lineares a partir de algum método numérico conhecido (PINTO & LAGE, 2001)
- considerar a estimação como um problema de otimização e utilizar técnicas determinísticas ou heurísticas;

Considerando as estratégias descritas na literatura, a primeira abordagem utilizada para a estimação de parâmetros foi obter a derivada da função objetivo a partir da Eq. (III.28) em relação à cada um dos parâmetros α , a e b , resultando em um sistema de equações algébricas não-lineares formado pela Eq. (III.29), Eq. (III.30) e Eq. (III.31), apresentadas a seguir:

$$\frac{\partial FOBJ}{\partial b} = 0 \rightarrow -2 \cdot \left[\sum_{p=0}^{NE} \left[y_{OBS-p} - \sum_{j=0}^{\infty} \left[\left[\frac{t_p^{\alpha}}{a} \right]^{j+1} \cdot \left[\frac{(b)^j \cdot (-1)^j}{\Gamma(\alpha \cdot (j+1) + 1)} \right] \right] \right] \right]. \quad (III.29)$$

$$\left[\sum_{j=1}^{\infty} \left[\left[\frac{t_p^{\alpha}}{a} \right]^{j+1} \cdot \left[\frac{(b)^{j-1} \cdot j \cdot (-1)^{j-1}}{\Gamma(\alpha \cdot (j+1) + 1)} \right] \right] \right] = 0$$

$$\frac{\partial FOBJ}{\partial a} = 0 \rightarrow 2 \cdot \left[\sum_{p=0}^{NE} \left[y_{OBS-p} - \sum_{j=0}^{\infty} \left[\left[\frac{t_p^{\alpha}}{a} \right]^{j+1} \cdot \left[\frac{(b)^j \cdot (-1)^j}{\Gamma(\alpha \cdot (j+1) + 1)} \right] \right] \right] \right]. \quad (III.30)$$

$$\left[\sum_{j=0}^{\infty} \left[\frac{j+1}{a^{j+2}} \cdot \left[\frac{(b)^j \cdot (-1)^j \cdot (t_p^{\alpha})^{j+1}}{\Gamma(\alpha \cdot (j+1) + 1)} \right] \right] \right] = 0$$

$$\frac{\partial \text{FOB}}{\partial \alpha} = 0 \rightarrow -2 \cdot \left[\sum_{p=0}^{NE} \left[y_{OBS-p} - \sum_{j=0}^{\infty} \left[\left[\frac{t_p^\alpha}{a} \right]^{j+1} \cdot \left[\frac{(b)^j \cdot (-1)^j}{\Gamma(\alpha \cdot (j+1) + 1)} \right] \right] \right] \right] \cdot \left[\sum_{j=0}^{\infty} \left[\left[\frac{(b)^j \cdot (-1)^j}{a^{j+1}} \right] \cdot \left[\frac{(j+1) \cdot (t_p^\alpha)^{j+1}}{\Gamma(\alpha \cdot (j+1) + 1)} \right] \right] \cdot \left[\ln(t_p) - \frac{\int_0^\infty e^{-z} \cdot z^{\alpha(j+1)} \cdot \ln(z) dz}{\Gamma(\alpha \cdot (j+1) + 1)} \right] \right] = 0 \quad (\text{III.31})$$

De acordo com LEBEDEV (1972), pode ser usada a função Ψ para o cálculo da derivada da função gama.

$$\Psi(\alpha \cdot (j+1) + 1) = \frac{\int_0^\infty e^{-z} \cdot z^{\alpha(j+1)} \cdot \ln(z) dz}{\Gamma(\alpha \cdot (j+1) + 1)} \quad (\text{III.32})$$

Neste trabalho, foi utilizada a linguagem de programação FORTRAN para execução de todas as tarefas de estimação de parâmetros. Assim, o sistema de equações algébricas não-lineares formado pela Eq. (III.30), Eq. (III.31) e Eq. (III.32) acima foi resolvido utilizando-se a subrotina DNEQNF do pacote matemático **International Mathematics & Statistics Library** (IMSL). Esta subrotina resolve um sistema de equações não-lineares utilizando um algoritmo de Powell (HIMMELBLAU & EDGAR, 1988) modificado e uma aproximação baseada em diferenças finitas para o cálculo da matriz Jacobiana (IMSL, 1994a). Para o cálculo dos valores da função gama, através da função Ψ , foi utilizada a subrotina DGAMMA e a subrotina PSI (IMSL, 1994b). Para esta abordagem e para as demais, foi considerado como critério de convergência da série com limite superior ∞ o fato de o termo j ser menor ou igual a 10^{-100} .

A segunda abordagem utilizada para a estimação de parâmetros foi considerar a estimação como um problema de otimização e utilizar técnicas determinísticas para a minimização da função objetivo. Uma das principais dificuldades no uso de técnicas determinísticas é o cálculo de derivadas tanto de primeira como de segunda ordem da função objetivo. Por outro lado, um dos aspectos positivos é o número reduzido da quantidade de cálculos da função objetivo. Neste trabalho, foi utilizada a subrotina DUMINF (IMSL, 1994a) para o problema de otimização. Esta subrotina utiliza o método de *quasi*-Newton (HIMMELBLAU & EDGAR, 1988) e faz uma aproximação do gradiente a partir de diferenças finitas.

Por fim, a terceira abordagem utilizada para a estimação de parâmetros foi considerar a estimação como um problema de otimização e utilizar técnicas heurísticas para a resolução do mesmo. A técnica utilizada foi a de algoritmos genéticos devido à facilidade de implementação e também por ser uma técnica consolidada (CAMPOS & SAITO, 2004). A principal vantagem da técnica de algoritmos genéticos, como qualquer outra técnica heurística, é a dispensa do cálculo de derivadas da função objetivo. Por outro lado, sem o gradiente para guiar a busca pela solução ótima, é necessário um elevado número de cálculos da função objetivo, o que aumenta o esforço computacional. A seguir é apresentado o algoritmo utilizado neste trabalho para a implementação da técnica heurística baseada em algoritmos genéticos que foi utilizada para a estimação de a , b e α .

Etapa 01 – Parâmetros e Inicialização

Passo 1: Definir a quantidade de indivíduos N (cada indivíduo é formado pela tríade a , b , α).

Passo 2: Definir a quantidade de gerações M .

Passo 3: Definir a probabilidade de cruzamento (PCRUA) e a probabilidade de mutação (PMUTA).

Etapa 02 – Cálculo da Geração 1

Passo 4: Escolher a população inicial (ou seja, N tríades a , b , α).

Passo 5: Calcular a função objetivo para cada indivíduo.

Cálculo da Geração J , ($J=2..M$)

Cálculo do Indivíduo I ($I=1..N$) da Geração J

Passo 6: Sortear 2 indivíduos da geração anterior

Passo 7: Sortear um número aleatório A entre 0 e 1.

Passo 8: Se $A \leq \text{PCRUA}$ então fazer o cruzamento.

Passo 8.1: O indivíduo I é formado pela média aritmética de a , b , α dos indivíduos escolhidos no passo 6.

Passo 9: Se $A > \text{PCRUA}$ então NÃO fazer o cruzamento.

Passo 9.1: O indivíduo I é formado por a , b , α do indivíduo sorteado no **Passo 6** que possui o menor valor da função objetivo.

Passo 10: Sortear um número aleatório B entre 0 e 1.

Passo 11: Se $B \leq \text{PMUTA}$ então fazer a mutação.

Passo 11.1: O indivíduo I é formado por a , b , α acrescidos ou decrescidos de 10% de seu valor.

Passo 11.2: Calcular a função objetivo para os parâmetros a , b , α do Passo 11.1.

Passo 12: Se $B > \text{PMUTA}$ então NÃO fazer a mutação.

Passo 12.1: O indivíduo I é formado por a , b , α acrescidos ou decrescidos de uma porcentagem de seu valor.

Passo 13: Se $B > PMUTA$ então NÃO fazer a mutação.

Passo 13.1: Se houve cruzamento, calcular o valor da função objetivo.

Passo 14: $I \leftarrow I + 1$

Passo 15: Se $I < N$, então ir para o passo 6 (*ainda não foram obtidos todos os indivíduos da geração J*).

Passo 16: Se $I > N$, então $J \leftarrow J + 1$

Passo 16.1: Se $J < M$ então ir para o passo 6 (*foram obtidos todos os indivíduos da geração J, deve-se iniciar o cálculo da geração J+1*).

Passo 16.2: Se $J > M \rightarrow$ FINALIZAR A ESTIMAÇÃO.

A técnica de algoritmos genéticos depende fortemente da quantidade indivíduos existente em cada geração de população. Se houver poucos indivíduos, o algoritmo genético terá poucas possibilidades de realizar cruzamentos e somente uma pequena parte do espaço de soluções será explorada. Por outro lado, um número elevado de indivíduos exige um esforço computacional maior. Pesquisas mostram que após determinado limite, dependente principalmente da codificação e do problema, não é conveniente aumentar a população a níveis exorbitantes, pois isto não é garantia de resolução do problema mais rapidamente do que com tamanhos moderados de população (FLAKE, 1999).

7 – DIAGNÓSTICO DA ESTIMAÇÃO

Para que a identificação do processo seja completa, apenas a estimação dos parâmetros não é suficiente. Torna-se necessário um diagnóstico dos resultados utilizando análises estatísticas (numéricas e gráficas) (OTTO, 1999). Deve-se ressaltar que, neste trabalho, as variâncias foram consideradas constantes e iguais para todos os pontos experimentais e para cada conjunto de dados (Ver Seção 8 do Capítulo III).

Em relação à análise gráfica três tipos básicos de diagnóstico são possíveis:

- gráfico de $y_{OBS}(t)$ e $y_{PRED}(t)$ em função de t . Se o modelo for perfeito, ou seja, $y_{OBS}(t) = y_{PRED}(t)$, os pontos experimentais devem estar sobre a curva gerada pelo modelo matemático.
- gráfico de $y_{OBS}(t)$ em função de $y_{PRED}(t)$. Se o modelo for perfeito, o gráfico deve ser uma reta com inclinação de 45° passando pela origem.

- gráfico de resíduos $(y_{OBS}(t) - y_{PRED}(t))$ em função de t . Se o modelo for perfeito, o gráfico deve ser uma reta horizontal sobre o eixo t .

Em relação ao diagnóstico numérico, o primeiro teste a ser feito é o teste de Chi-quadrado reduzido (χ^2_{RED}), cuja metodologia sugerida por VUOLO (1992) é apresentada a seguir.

Passo 1: Calcular o parâmetro χ^2_{RED} , sendo dado por

$$\chi^2_{RED} = \frac{1}{\delta^2_{OBS}} \cdot \frac{1}{NE - NP} \cdot \sum_{p=0}^{NE} (y_{OBS-p} - y_{PRED-p})^2$$
, onde NP é o número de parâmetros estimados.

Passo 2: Calcular o intervalo de confiança de χ^2_{RED} , atribuindo um nível de confiança desejado. Neste trabalho serão considerados níveis de confiança de 95% e 99%, valores que devem ser utilizados junto com $(NE - NP)$ para a obtenção dos limites inferior e superior do intervalo de confiança de χ^2_{RED} . JOHNSON & WICHERN (2002) apresentam a distribuição χ^2 , assim, o intervalo de confiança para o nível de

confiança desejado é dado por $\frac{\chi^2_{1-\gamma}}{NE - NP} < \chi^2_{RED} < \frac{\chi^2_{\gamma}}{NE - NP}$.

Passo 3: Comparar o valor de χ^2_{RED} calculado com os limites obtidos no **Passo 2**. Se **Limite Inferior** $< \chi^2_{RED} < \text{Limite Superior}$, o ajuste é considerado bom. Se $\chi^2_{RED} < \text{Limite inferior}$, pode ter havido ajuste de erros devido ao excesso de parâmetros do modelo. Caso $\chi^2_{RED} > \text{Limite superior}$, o modelo é inconsistente.

O segundo teste consiste no cálculo do coeficiente de correlação r . A TABELA III. 2 (VUOLO, 1992) apresenta as equações a serem utilizadas para o cálculo do coeficiente de correlação.

TABELA III. 2 – EQUAÇÕES PARA O CÁLCULO DE R

Descrição	Equação	
Conjunto de Dados Experimentais	$(t_p; y_{OBS-p}), p=0..NE$	(III.33)
Média dos Dados Experimentais	$\bar{y}_{OBS} = \left[\frac{1}{NE} \right] \cdot \left[\sum_{p=1}^{NE} y_{OBS-p} \right]$	(III.34)
Variância dos Dados Experimentais	$\delta_{OBS}^2 = \left[\frac{1}{NE-1} \right] \cdot \left[\sum_{p=1}^{NE} (\bar{y}_{OBS} - y_{OBS-p})^2 \right]$	(III.35)
Conjunto de Dados Preditos	$(t_p; y_{PRED-p}), p=0..NE$	(III.36)
Média dos Dados Preditos	$\bar{y}_{PRED} = \left[\frac{1}{NE} \right] \cdot \left[\sum_{p=1}^{NE} y_{PRED-p} \right]$	(III.37)
Variância dos Dados Preditos	$\delta_{PRED}^2 = \left[\frac{1}{NE-1} \right] \cdot \left[\sum_{p=1}^{NE} (\bar{y}_{PRED} - y_{PRED-p})^2 \right]$	(III.38)
Co-variância entre Dados Preditos e Dados Experimentais	$\delta_{OBS-PRED}^2 = \left[\sum_{p=1}^{NE} \frac{(\bar{y}_{PRED} - y_{PRED-p}) \cdot (\bar{y}_{OBS} - y_{OBS-p})}{NE-1} \right]$	(III.39)
Coeficiente de Correlação	$r_{OBS-PRED} = \frac{\delta_{OBS-PRED}^2}{\sqrt{\delta_{OBS}^2 \cdot \delta_{PRED}^2}}$	(III.40)

FONTE: VUOLO, (1992)

Por fim, a qualidade do ajuste pode ser avaliada a partir de testes de hipótese de média (teste-T) e de hipótese de variância (teste-F). OTTO (1999) apresenta um teste para a comparação de médias e variâncias de dois conjuntos distintos. De acordo com o autor, inicialmente devem ser comparadas as variâncias considerando um nível de confiança estipulado, conforme a seqüência de equações apresentadas na TABELA III. 3.

TABELA III. 3 – EQUAÇÕES PARA TESTE DE HIPÓTESES DE VARIÂNCIAS

Descrição	Equação	
Hipótese Inicial	$\delta_{OBS}^2 = \delta_{PRED}^2$	(III.41)
Parâmetro F experimental	$F_{EXPERIENTAL} = \frac{\delta_{OBS}^2}{\delta_{PRED}^2}, \text{ para } \delta_{OBS}^2 > \delta_{PRED}^2$	(III.42)
	$F_{EXPERIENTAL} = \frac{\delta_{PRED}^2}{\delta_{OBS}^2}, \text{ para } \delta_{PRED}^2 > \delta_{OBS}^2$	
Parâmetro F teórico obtido a partir da distribuição de Fischer	$F_{TEÓRICO} = F\left(1 - \frac{Y}{2}; (NE-1), (NE-1)\right)$	(III.43)
A hipótese inicial é verdadeira se	$F_{EXPERIENTAL} < F_{TEÓRICO}$	

FONTE: OTTO (1999)

Na seqüência, deve ser feito o teste de hipótese das médias. A TABELA III. 4 apresenta as equações para o teste de hipótese das médias, caso seja confirmado que $\delta_{OBS}^2 = \delta_{PRED}^2$.

TABELA III. 4 – EQUAÇÕES PARA TESTE DE HIPÓTESES DE MÉDIAS

Descrição	Equação	
Hipótese Inicial	$\bar{y}_{OBS} = \bar{y}_{PRED}$	(III.44)
Parâmetro t	$t_{EXPERIENTAL} = \frac{ \bar{y}_{OBS} - \bar{y}_{PRED} }{\sqrt{\delta_{OBS}^2 + \delta_{PRED}^2}} \cdot \sqrt{NE}$	(III.45)
Valor Crítico de t, obtido a partir da distribuição t-Student para o caso em que $\delta_{OBS}^2 = \delta_{PRED}^2$	$t_{CRÍTICO} = t\left(1 - \frac{Y}{2}; 2 \cdot (NE - 1)\right)$	(III.46)
Valor Crítico de t, obtido a partir da distribuição t-Student para o caso em que $\delta_{OBS}^2 \neq \delta_{PRED}^2$	$t_{CRÍTICO} = t\left(1 - \frac{Y}{2}; (NE - 1) \cdot \left[\frac{[\delta_{OBS}^2 + \delta_{PRED}^2]^2}{[\delta_{OBS}^2]^2 + [\delta_{PRED}^2]^2} \right]\right)$	(III.47)
A hipótese inicial é verdadeira se	$t_{EXPERIENTAL} < t_{CRÍTICO}$	

FONTE: OTTO (1999)

Desta forma, o ajuste é considerado bom se tanto o teste de variância como o teste de média forem satisfeitos, o que significa que os conjuntos têm, estatisticamente, mesma média e variância. Caso somente um dos testes ou nenhum seja validado, o ajuste é considerado ruim, devendo ser revisto inicialmente a quantidade de parâmetros, seguida da revisão da própria estrutura do modelo.

Por fim, outra análise estatística de extrema importância diz respeito ao erro dos parâmetros obtidos a partir da variância dos dados experimentais. De acordo com BARD (1974), estes erros são obtidos a partir da matriz de covariância paramétrica. Considerando o caso em que as variâncias dos dados experimentais são constantes, pode-se aproximar a variância dos parâmetros dada pela matriz $\underline{\underline{A}}$ (HIMMELBLAU, 1970), que é obtida a partir da linearização do modelo em torno do conjunto de parâmetros estimado que minimize o valor de F_{OBS} (Eq. III.28).

$$\underline{\underline{A}} = \delta_{OBS-1}^2 \cdot (\underline{\underline{X}}^T \cdot \underline{\underline{X}})^{-1} \quad (III.48)$$

Para o cálculo de $\underline{\underline{A}}$ são utilizadas as matrizes e expressões a seguir.

$$\underline{\underline{X}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial y_{\text{PREDITO-1}}}{\partial a} & \frac{\partial y_{\text{PREDITO-1}}}{\partial b} & \frac{\partial y_{\text{PREDITO-1}}}{\partial \alpha} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial y_{\text{PREDITO-p}}}{\partial a} & \frac{\partial y_{\text{PREDITO-p}}}{\partial b} & \frac{\partial y_{\text{PREDITO-p}}}{\partial \alpha} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial y_{\text{PREDITO-NE}}}{\partial a} & \frac{\partial y_{\text{PREDITO-NE}}}{\partial b} & \frac{\partial y_{\text{PREDITO-NE}}}{\partial \alpha} \end{bmatrix} \quad (\text{III.49})$$

$$(\underline{\underline{X}}^T \cdot \underline{\underline{X}})^{-1} = \begin{bmatrix} \sum_{p=1}^{NE} \left[\frac{\partial y_{\text{PREDITO-p}}}{\partial a} \right]^2 & \sum_{p=1}^{NE} \left[\frac{\partial y_{\text{PREDITO-p}}}{\partial b} \cdot \frac{\partial y_{\text{PREDITO-p}}}{\partial a} \right] & \sum_{p=1}^{NE} \left[\frac{\partial y_{\text{PREDITO-p}}}{\partial \alpha} \cdot \frac{\partial y_{\text{PREDITO-p}}}{\partial a} \right] \\ \sum_{p=1}^{NE} \left[\frac{\partial y_{\text{PREDITO-p}}}{\partial b} \cdot \frac{\partial y_{\text{PREDITO-p}}}{\partial a} \right] & \sum_{p=1}^{NE} \left[\frac{\partial y_{\text{PREDITO-p}}}{\partial b} \right]^2 & \sum_{p=1}^{NE} \left[\frac{\partial y_{\text{PREDITO-p}}}{\partial b} \cdot \frac{\partial y_{\text{PREDITO-p}}}{\partial \alpha} \right] \\ \sum_{p=1}^{NE} \left[\frac{\partial y_{\text{PREDITO-p}}}{\partial \alpha} \cdot \frac{\partial y_{\text{PREDITO-p}}}{\partial a} \right] & \sum_{p=1}^{NE} \left[\frac{\partial y_{\text{PREDITO-p}}}{\partial b} \cdot \frac{\partial y_{\text{PREDITO-p}}}{\partial \alpha} \right] & \sum_{p=1}^{NE} \left[\frac{\partial y_{\text{PREDITO-p}}}{\partial \alpha} \right]^2 \end{bmatrix} \quad (\text{III.50})$$

$$\frac{\partial y_{\text{PREDITO-p}}}{\partial a} = - \left[\sum_{j=0}^{\infty} \left[\frac{j+1}{a^{j+2}} \cdot \left[\frac{(b)^j \cdot (-1)^j \cdot (t_p^\alpha)^{j+1}}{\Gamma(\alpha \cdot (j+1) + 1)} \right] \right] \right] \quad (\text{III.51})$$

$$\frac{\partial y_{\text{PREDITO-p}}}{\partial b} = \left[\sum_{j=1}^{\infty} \left[\left[\frac{t_p^\alpha}{a} \right]^{j+1} \cdot \left[\frac{(b)^{j-1} \cdot j \cdot (-1)^{j-1}}{\Gamma(\alpha \cdot (j+1) + 1)} \right] \right] \right] \quad (\text{III.52})$$

$$\frac{\partial y_{\text{PREDITO-p}}}{\partial \alpha} = \left[\sum_{j=0}^{\infty} \left[\left[\frac{(b)^j \cdot (-1)^j}{a^{j+1}} \right] \cdot \left[\frac{(j+1) \cdot (t_p^\alpha)^{j+1}}{\Gamma(\alpha \cdot (j+1) + 1)} \right] \right] \cdot \left[\ln(t_p) - \Psi(\alpha \cdot (j+1) + 1) \right] \right] \quad (\text{III.53})$$

O valor de $\delta_{\text{OBS-1}}^2$ é o erro experimental que pode ser obtido a partir de réplicas dos experimentos (HIMMELBLAU, 1970) ou menor divisão da escala de leitura do instrumento de medida (VUOLO, 1992).

8 – DADOS EXPERIMENTAIS

Neste trabalho, os dados experimentais utilizados foram obtidos a partir da literatura, sendo que dois conjuntos serão explorados. O primeiro conjunto de dados é apresentado na TABELA III. 5 e reportado por PODLUBNY (1999), referindo-se aos valores de temperatura da saída de uma corrente de gases de um forno após a aplicação de um degrau na temperatura do mesmo; os dados estão normalizados, e

portanto, são adimensionais. O segundo conjunto de dados, reportado por SEBORG *et al.* (2003), igualmente normalizado e adimensional, também é apresentado na TABELA III. 5. Este conjunto de dados refere-se à concentração de CO_2 de um bioreator após a aplicação de um degrau na vazão da corrente de alimentação do próprio reator. Ambos os autores não reportam informação alguma sobre os instrumentos de medida. Para este trabalho, os valores de temperatura serão considerados com variância arbitrada constante e igual a $\delta_{\text{OBS-1}}^2 = 5 \cdot 10^{-5}$, enquanto que os valores de concentração são considerados com variância arbitrada constante e igual a $\delta_{\text{OBS-1}}^2 = 1,5 \cdot 10^{-4}$. O uso de valores constantes pode ocorrer quando os erros aleatórios são menores do que a menor escala de medição que passa a ser a variância experimental (VUOLO, 1992). Foram arbitrados valores pequenos para garantir a consistência dos dados experimentais. Medições de temperatura são, em geral, mais exatas e precisas do que medições de concentração, e por isso a variância dos dados de temperatura é menor que a variância dos dados de concentração.

TABELA III. 5 – DADOS EXPERIMENTAIS UTILIZADOS

Conjunto 01 PODLUBNY (1999b)		Conjunto 02 SEBORG et al. (2003)	
Tempo	Temperatura	Tempo	Concentração
0	0,0000	0	0,000
1	0,1297	1	0,058
2	0,2441	2	0,217
3	0,3293	3	0,360
4	0,3966	4	0,488
5	0,4297	5	0,600
6	0,4564	6	0,692
7	0,4767	7	0,772
8	0,5098	8	0,833
9	0,5250	9	0,888
10	0,5339	10	0,925

FONTE: PODLUBNY, (1999b) e SEBORG *et al.*, (2003)

9 – CONTROLE DE PROCESSOS

Neste trabalho serão estudados controladores da família PID clássico e fracionário uma vez que o foco do trabalho é o desenvolvimento e análise de controladores para o nível hierárquico de controle mais baixo, focando o controle servo. A estrutura de controle utilizada é o laço (malha) *feedback* como apresenta a FIGURA III. 1, sendo que neste trabalho, serão desconsiderados a dinâmica do atuador e do sensor, e portanto suas funções de transferência serão consideradas unitárias, ou seja, $G_{\text{ATUADOR}}(s) = G_{\text{SENSOR}}(s) = 1$.

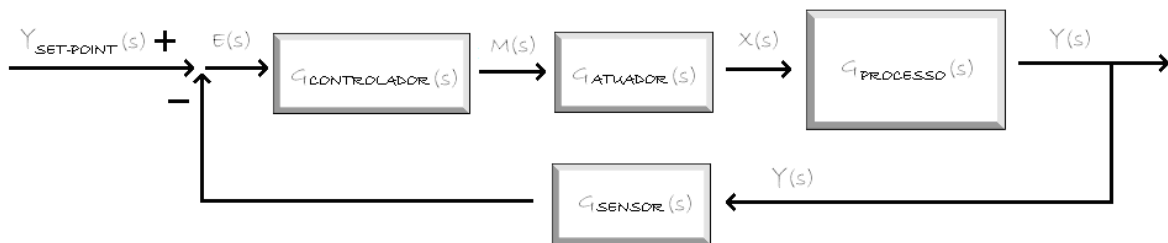


FIGURA III. 1 – ILUSTRAÇÃO DA MALHA DE CONTROLE *FEEDBACK*

FONTE: O Autor, (2009)

A função de transferência da malha de controle para problemas do tipo servo (alteração de *set-point*) é dada pela equação a seguir, sendo $G_{\text{CONTROLADOR}}(s) = G_c(s)$ e $G_{\text{PROCESSO}}(s) = G_p(s)$:

$$\frac{Y(s)}{Y_{\text{SET-POINT}}(s)} = \frac{G_c(s) \cdot G_p(s)}{1 + G_c(s) \cdot G_p(s)} \quad (\text{III.54})$$

Nesta função de transferência devem ser substituídas as expressões do distúrbio considerado para o *set-point* e também as funções de transferência do controlador e do processo, a última obtida a partir de técnicas de identificação de processos, como apresentado na Seção 6 deste capítulo.

Serão estudados os seguintes controladores:

- ❶ Proporcional – P

$$G_c(s) = K_c \quad (\text{III.55})$$

- ❷ Proporcional-Derivativo Fracionário – PD^μ

$$G_c(s) = K_c \cdot (1 + \tau_D \cdot s^\mu) \quad (\text{III.56})$$

- ❸ Proporcional- Integral Fracionário – PI^λ

$$G_c(s) = K_c \cdot \left(1 + \frac{1}{\tau_i \cdot s^\lambda} \right) \quad (\text{III.57})$$

④ Proporcional- Integral- Derivativo Fracionário – $PI^\lambda D^\mu$

$$G_c(s) = K_c \cdot \left(1 + \frac{1}{\tau_i \cdot s^\lambda} + \tau_d \cdot s^\mu \right) \quad (\text{III.58})$$

Por fim, serão utilizados os critérios $ITAE$ (integral do tempo multiplicado pelo valor absoluto do erro) e ISE (integral do erro ao quadrado) para a avaliação do desempenho do sistema de controle, sendo dados pelas equações a seguir, onde as integrais são calculadas numericamente por meio da regra de Simpson (PINTO & LAGE, 2001). Deve-se ressaltar que neste trabalho foi considerada a aplicação de um degrau unitário no *set-point*. As soluções podem ser obtidas a partir das transformas de Laplace inversas, apresentadas na TABELA III. 1.

$$ITAE = \int_0^t t \cdot |e(t)| dt = \int_0^t t \cdot |y(t) - y_{\text{SET-POINT}}| dt \quad (\text{III.59})$$

$$ISE = \int_0^t [e(t)]^2 dt = \int_0^t [y(t) - y_{\text{SET-POINT}}]^2 dt \quad (\text{III.60})$$

Outra estrutura de controle analisada neste trabalho é a estrutura de controle por modelo interno apresentada na FIGURA III. 2.

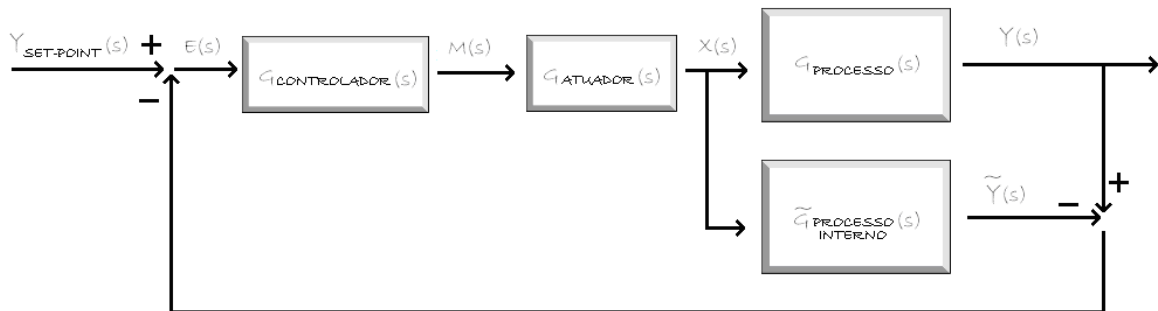


FIGURA III. 2 – ILUSTRAÇÃO DA MALHA DE CONTROLE POR MODELO INTERNO
FONTE: O Autor, (2009)

Nesta etapa, será considerado que $G_{\text{ATUADOR}}(s) = G_{\text{SENSOR}}(s) = 1$. Além disto, como nos controladores PID , será considerada apenas a aplicação de um degrau unitário no *set-point*. As soluções podem ser obtidas a partir das transformas de Laplace inversas, apresentadas na TABELA III. 1. A função de transferência da malha de controle para problemas do tipo servo (alteração de *set-point*) é dada pela

equação a seguir, sendo $G_{\text{CONTROLADOR}}(s) = G_c^*(s)$, $G_{\text{PROCESSO}}(s) = G_{\text{TP}}(s)$ e $\tilde{G}_{\text{PROCESSO INTERNO}}(s) = \tilde{G}_{\text{TP}}(s)$.

$$\frac{Y(s)}{Y_{\text{SET-POINT}}(s)} = \frac{G_c^*(s) \cdot G_{\text{TP}}(s)}{1 + G_c^*(s) \cdot (G_{\text{TP}}(s) - \tilde{G}_{\text{TP}}(s))} \quad (\text{III.61})$$

A função de transferência do controlador por modelo interno pode ser fatorada em duas partes. Uma parte refere-se aos pólos que instabilizam o modelo (com parte real positiva), bem como termos que envolvem zeros da função de transferência. A outra parte possui os pólos que são estáveis (com parte real negativa). Desta forma, resulta que:

$$\tilde{G}_{\text{TP}}(s) = \tilde{G}_{\text{TP}}^+(s) \cdot \tilde{G}_{\text{TP}}^-(s) \quad (\text{III.62})$$

A partir da parte estável da função de transferência, obtém-se o controlador por meio de modelo interno dado por

$$G_c^*(s) = \frac{1}{\tilde{G}_{\text{TP}}^-(s)} \cdot f \quad (\text{III.63})$$

Onde os parâmetros de ajuste são τ_c e r apresentados a seguir:

$$f = \frac{1}{(\tau_c \cdot s + 1)^r} \quad (\text{III.64})$$

Neste trabalho, o estudo de controle IMC fracionário será conduzido a partir de duas abordagens. Na primeira, o modelo do processo não será considerado perfeito, e o modelo interno será expresso a partir de uma função de transferência fracionária, como as dadas pela Eq. (III.13), e f será dada pela Eq. (III.65), sendo que r será considerado inteiro.

Na segunda abordagem, o modelo do processo será considerado perfeito, sem zeros e pólos instáveis, e assim a função de transferência da malha fica reduzida a $G_c^*(s) = f$. Será considerada também a generalização de f por meio da expressão abaixo:

$$f = \frac{1}{(\tau_c \cdot s^\phi + 1)^r} \quad (\text{III.65})$$

IV - IDENTIFICAÇÃO DE PROCESSOS

1 – INTRODUÇÃO

Nesta seção serão apresentados os resultados referentes aos estudos de identificação de processos utilizando os dados experimentais obtidos na literatura. A estimação de parâmetros e todos os testes de diagnóstico apresentados Capítulo III foram realizados. Inicialmente serão apresentados os resultados referentes ao Conjunto 01 e, em seguida, os resultados para o Conjunto 02.

2 – IDENTIFICAÇÃO DO CONJUNTO DE DADOS 01

Conforme mencionado, o conjunto de dados 01 reportado por PODLUBNY (1999), refere-se aos valores de temperatura da saída de uma corrente de gases de um forno após a aplicação de um degrau na temperatura do forno. A FIGURA IV. 1 apresenta os dados de forma gráfica, incluindo a barra de erros vertical correspondente à variância experimental constante de $\delta_{OBS-1}^2 = 5 \cdot 10^{-5}$ (desvio padrão igual a $7,1 \cdot 10^{-3}$). Deve-se ressaltar que os valores são apresentados em variáveis tipo desvio adimensionais.

Uma análise do gráfico permite inferir que o forno é um sistema estável, uma vez que o valor da temperatura da corrente dos gases na saída atinge um novo estado estacionário a partir de $t=10$, após uma perturbação do tipo degrau na temperatura do forno. Assim, é possível identificar um modelo e o sistema é controlável.

O modelo fracionário a ser identificado é dado pela expressão a seguir, sendo que a tarefa de identificação consiste na estimação de a , b , α .

$$y(t) = \sum_{j=0}^{\infty} \left[\left[\frac{t^{\alpha}}{a} \right]^{j+1} \cdot \left[\frac{(b)^j \cdot (-1)^j}{\Gamma(\alpha \cdot (j+1) + 1)} \right] \right] \quad (\text{III.27})$$

Com o intuito de comparação, para o conjunto de dados 01 também serão identificados um modelo de ordem inteira 1 ($\alpha=1$), denominado Modelo 01 e um

modelo de ordem inteira 2 ($\alpha=2$), denominado Modelo 03, sendo necessário estimar os parâmetros $\{a, b\}$.

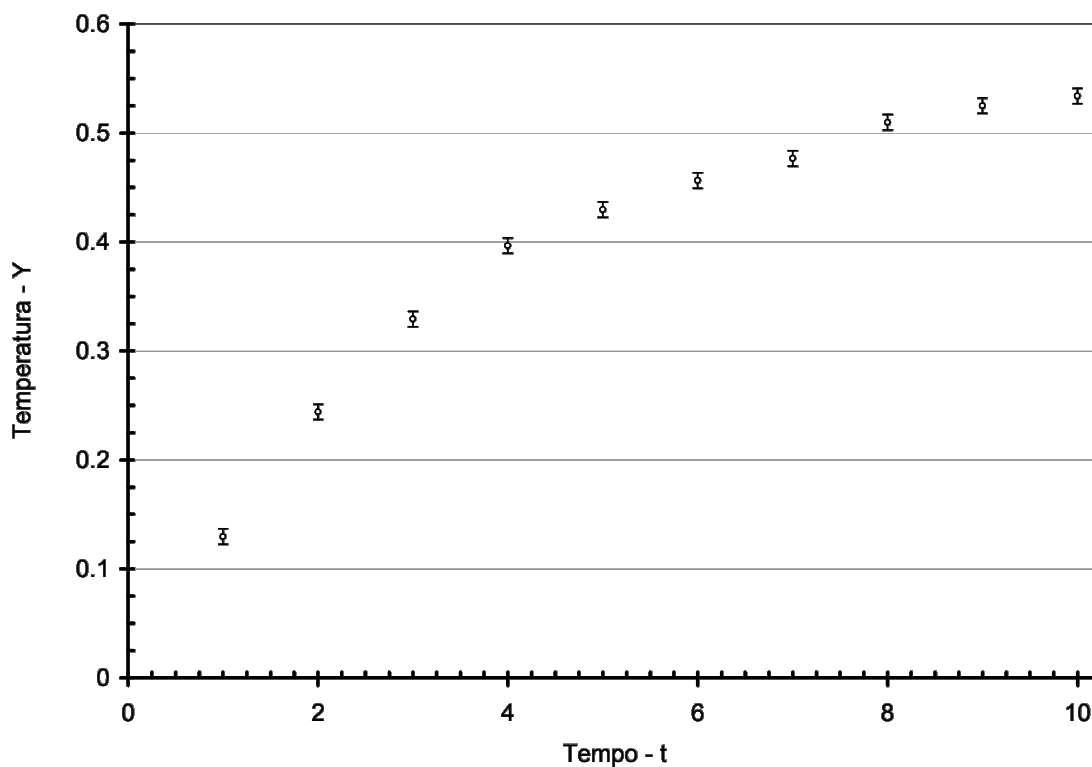


FIGURA IV. 1 – DADOS DO CONJUNTO DE DADOS 01

FONTE: O Autor, (2009)

2.1 – ESTIMAÇÃO USANDO A ESTRATÉGIA 01.

A estimação usando a estratégia 01 consiste em montar um sistema de equações algébricas não-lineares a partir da derivada da função objetivo (Eq. III.28) em relação aos parâmetros $\{\alpha, a, b\}$. Como mencionado anteriormente, foi utilizada a subrotina NEQNF para a solução do sistema de equações. Em todas as simulações, o critério de parada utilizado foi o erro absoluto entre duas iterações consecutivas menor que 10^{-4} . Os resultados das estimações estão apresentados na TABELA IV. 1.

TABELA IV. 1 – RESULTADOS DA ESTIMAÇÃO: CONJUNTO DE DADOS 01 – ESTRATÉGIA 01

Tipo	Modelo 01		Modelo 02		Modelo 03	
	Inteiro		Fracionário		Inteiro	
Parâmetros	Estimativa Inicial	Valor Final	Estimativa Inicial	Valor Final	Estimativa Inicial	Valor Final
α	–	1	1,0	1,0485	–	2
a	1,0	3,61	6,0	6,4841	7,0	3,6200
b	1,0	0,5707	2,5	1,8439	1,0	25,8179
$FOBJ$	$5,17 \cdot 10^{-4}$		$4,98 \cdot 10^{-4}$		$1,0 \cdot 10^{-1}$	

FONTE: O Autor, (2009)

Diversas estimativas iniciais para cada modelo foram testadas, e os valores listados na TABELA IV. 1 são os que apresentaram os menores resultados para a $FOBJ$ e os respectivos valores estimados dos parâmetros. Observa-se que o Modelo 02 (fracionário) obteve o menor valor e o Modelo 03, o maior. Verifica-se, ainda, que o Modelo 01 e o Modelo 02 apresentam praticamente o mesmo valor de $FOBJ$. A FIGURA IV. 2 apresenta o gráfico dos valores preditos pelos modelos em função do tempo, permitindo uma comparação visual dos modelos entre si e de cada modelo em relação aos dados experimentais. Em função do valor de $FOBJ$, verifica-se uma proximidade entre o Modelo 01 e o Modelo 02, bem como entre eles e os dados experimentais, o que, em uma primeira análise, evidencia um bom ajuste, uma vez que as predições dos modelos estão dentro da faixa de erros dos dados experimentais, representada pela barra vertical em cada ponto. No entanto, deve ser feito o diagnóstico numérico da estimação dos parâmetros para que se possa decidir pelo melhor modelo. Por fim, nota-se que o Modelo 03 não é adequado para descrição dos dados experimentais, em função tanto do valor de $FOBJ$ quanto da distância entre os pontos experimentais e as predições do modelo vista na FIGURA IV. 2.

A FIGURA IV. 3 é de suma importância para o diagnóstico gráfico da estimação de parâmetros (identificação do processo) uma vez que apresenta os valores preditos pelos modelos em função dos dados experimentais observados. Como esperado, as predições do Modelo 01 e do Modelo 02 encontram-se próximas da reta com inclinação de 45° que passa pela origem, evidenciando um bom ajuste. Pela mesma inspeção, verifica-se que as predições do Modelo 03 não são adequadas, uma vez que os valores preditos por este modelo além de estarem distantes da reta com inclinação de 45° que passa pela origem, não possuem uma representação com aspecto linear.

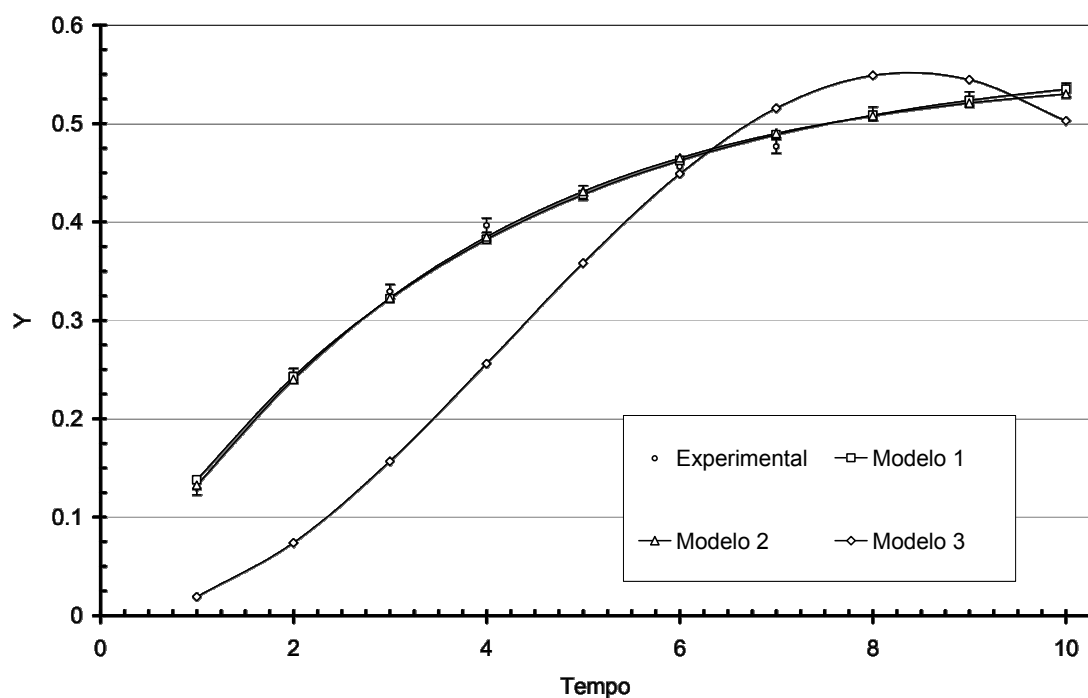


FIGURA IV. 2 – GRÁFICO DOS VALORES PREDITOS EM FUNÇÃO DO TEMPO: CONJUNTO DE DADOS 01 – ESTRATÉGIA 01

FONTE: O Autor, (2009)

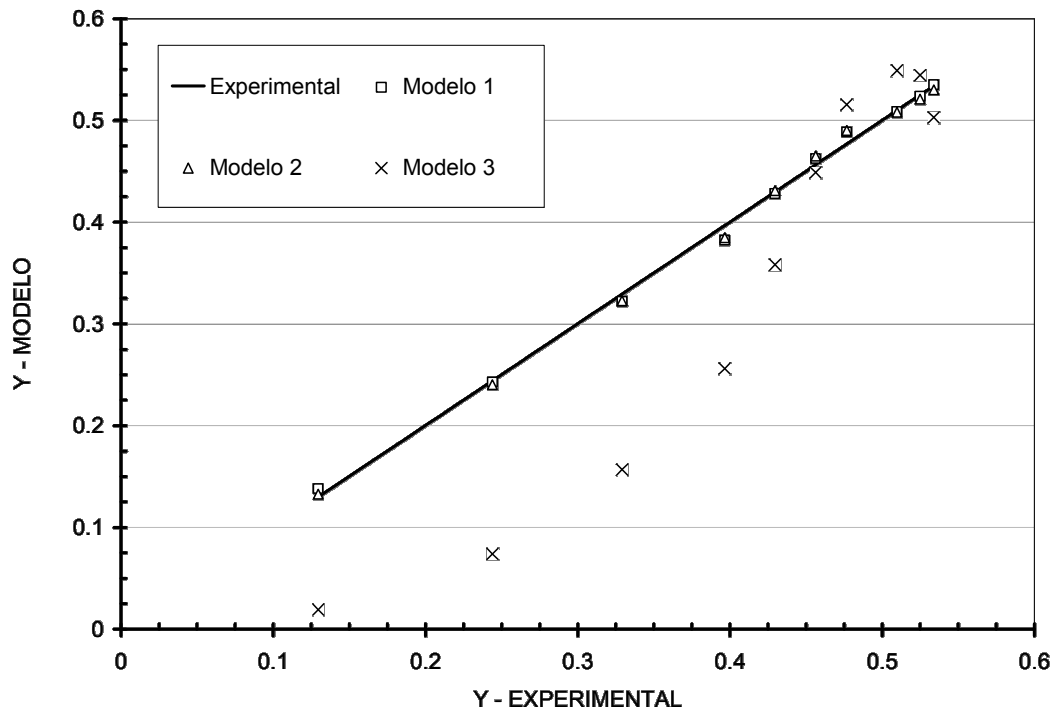


FIGURA IV. 3 – GRÁFICO DOS VALORES PREDITOS EM FUNÇÃO DOS VALORES OBSERVADOS: CONJUNTO DE DADOS 01 – ESTRATÉGIA 01

FONTE: O Autor, (2009)

Por último, a análise gráfica de resíduos complementa o diagnóstico gráfico do ajuste. A partir da FIGURA IV. 4 e da FIGURA IV. 5, verifica-se que os resíduos do Modelo 01 e do Modelo 02 são próximos de zero o que, novamente, evidência um bom ajuste, diferentemente dos resíduos do Modelo 03. Além disso, a informação mais importante que pode ser obtida destas figuras é o fato dos resíduos estarem aleatoriamente distribuídos em torno de zero, o que permite a conclusão de que o modelo não apresenta erros sistemáticos (*bias*), evidenciando que as diferenças entre valores preditos e observados surgem exclusivamente devido a erros aleatórios dos valores experimentais observados (VUOLO, 1992). A FIGURA IV. 5 apresenta uma forma alternativa de visualização dos resíduos, feita a partir de um gráfico de barras. Como mencionado no Capítulo III, o diagnóstico gráfico permite conclusões de caráter qualitativo a respeito do modelo identificado. Desta forma, deve-se proceder ao diagnóstico numérico da identificação, ou seja, verificar o quão bom é o conjunto de parâmetros estimados de acordo com critérios estatísticos.

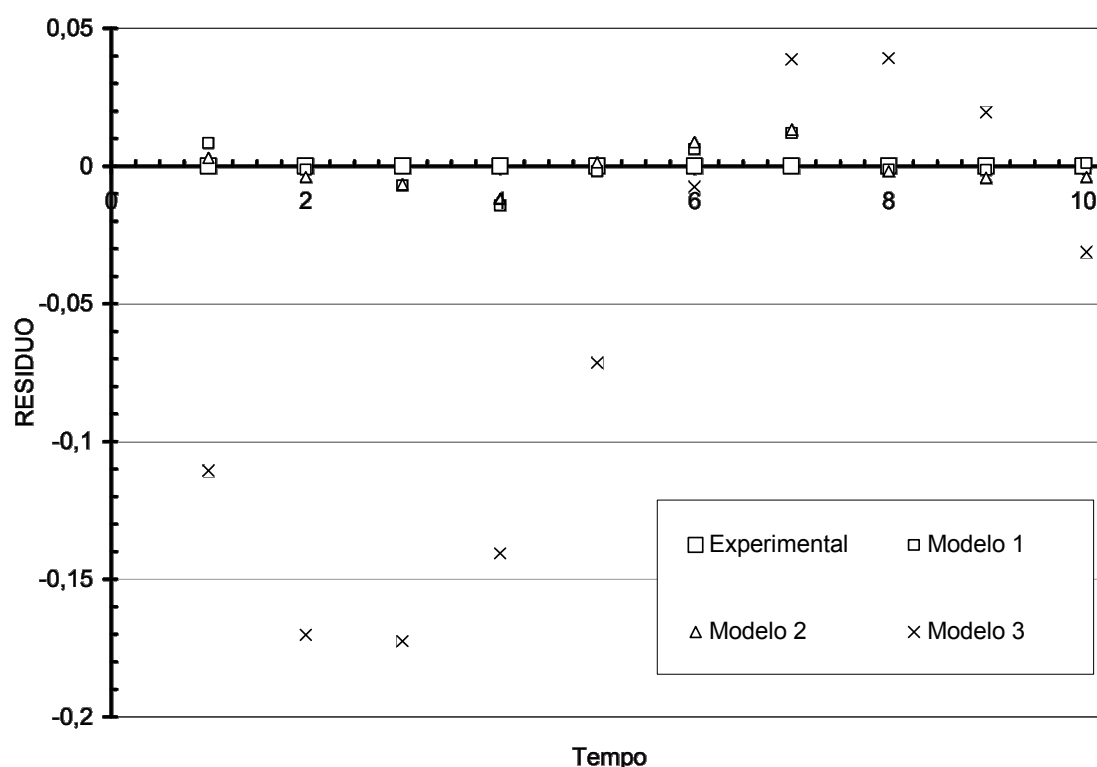


FIGURA IV. 4 – GRÁFICO DOS RESÍDUOS EM FUNÇÃO DO TEMPO: CONJUNTO DE DADOS 01 – ESTRATÉGIA 01

FONTE: O Autor, (2009)

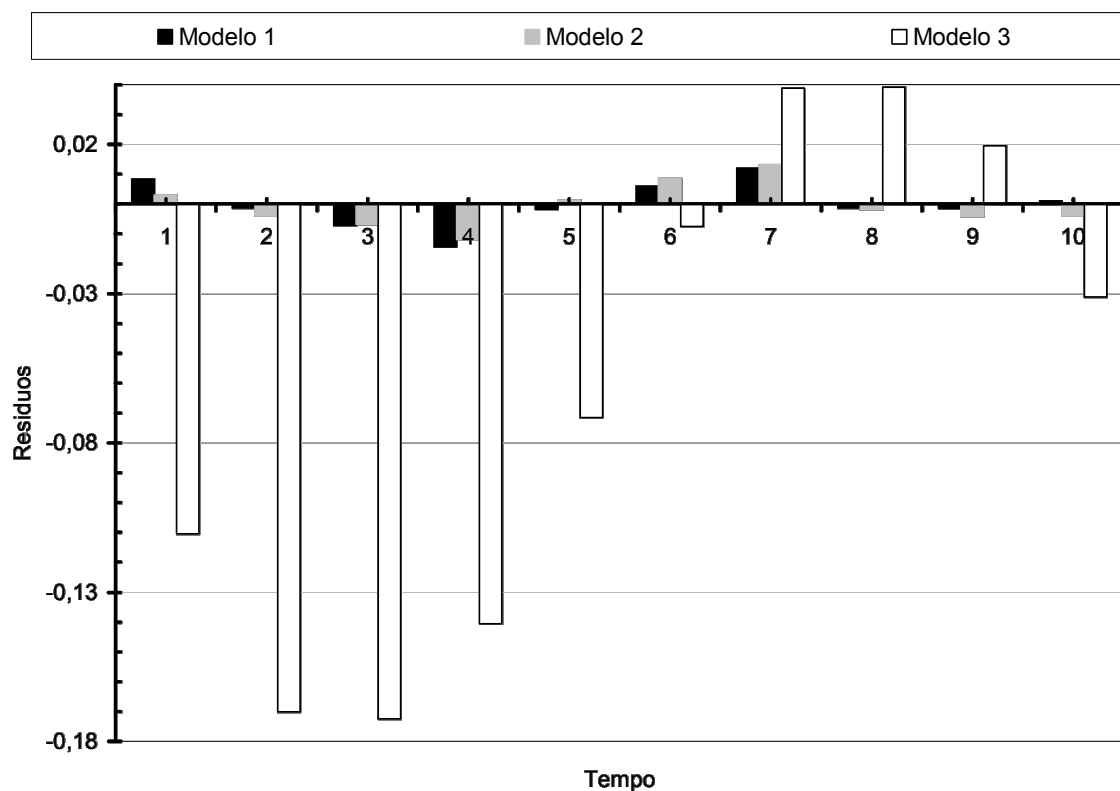


FIGURA IV. 5 – GRÁFICO DE BARRAS DOS RESÍDUOS EM FUNÇÃO DO TEMPO: CONJUNTO 01 – ESTRATÉGIA 01

FONTE: O Autor, (2009)

Conforme apresentado no Capítulo III, diversos tipos de testes estatísticos podem ser conduzidos, entretanto os mais comumente utilizados são o teste de χ^2_{RED} , o coeficiente de correção r^2 e o teste de hipótese de média e variância. Além disso, a partir do erro paramétrico, é possível verificar a significância do parâmetro estimado.

O primeiro teste de diagnóstico da estimação é o cálculo do coeficiente de correlação r , cujos resultados são apresentados na TABELA IV. 2.

TABELA IV. 2 – RESULTADOS DO CÁLCULO DO COEFICIENTE DE CORRELAÇÃO: CONJUNTO DE DADOS 01 – ESTRATÉGIA 01

Tipo	Modelo 01	Modelo 02	Modelo 03
	Inteiro	Fracionário	Inteiro
F_{OBS}	$5,17 \cdot 10^{-4}$	$4,98 \cdot 10^{-4}$	$1,0 \cdot 10^{-1}$
\bar{y}_{OBS}		0,4030	
δ^2_{OBS}		0,01754	
\bar{y}_{PRED}	0,4031	0,4024	0,3424
δ^2_{PRED}	0,01749	0,01774	0,04103
$\delta^2_{OBS-PRED}$	0,01748	0,01761	0,02576
$r_{OBS-PRED}$	0,9984	0,9984	0,9602
$r^2_{OBS-PRED}$	0,9967	0,9969	0,9219

FONTE: O Autor, (2009)

A partir dos resultados, verifica-se que o Modelo 01 e o Modelo 02 apresentam praticamente o mesmo valor de r^2 , com uma pequeníssima melhora do Modelo 02. Como ambos os valores de r e r^2 são muito próximos de 1, o ajuste pode ser considerado ótimo. Se for considerado que um valor de r^2 superior a 0,9 fornece um ajuste bom, o Modelo 03 pode ser considerado capaz de descrever os dados experimentais, o que, à primeira vista, pode não ser evidente a partir da observação da FIGURA IV. 2. Desta forma, pelo teste de r^2 todos os modelos são capazes de descrever os dados de maneira adequada.

O segundo teste de diagnóstico estatístico da estimação é o teste de hipótese de média e variância, no qual o conjunto de valores preditos por cada modelo será comparado ao conjunto de dados experimentais. Os resultados foram obtidos considerando níveis de confiança de 95% e 99%, sendo apresentados na TABELA IV. 3. Todos os valores das distribuições estatísticas foram obtidos de JOHNSON & WICHERN (2002).

TABELA IV. 3 – RESULTADOS DO TESTE DE HIPÓTESES: CONJUNTO DE DADOS 01 – ESTRATÉGIA 01

Tipo	Modelo 01	Modelo 02	Modelo 03
	Inteiro	Fracionário	Inteiro
F_{OBJ}	$5,17 \cdot 10^{-4}$	$4,98 \cdot 10^{-4}$	$1,0 \cdot 10^{-1}$
N_E		10	
\bar{y}_{OBS}		0,4030	
δ^2_{OBS}		0,01754	
\bar{y}_{PRED}	0,4031	0,4024	0,3424
δ^2_{PRED}	0,01749	0,01774	0,04103
$F_{EXPERIMENTAL}$	1,0031	1,0112	2,3391
Nível de Confiança : 95%			
$F_{TEÓRICO}$		4,026	
Teste de Variância		$F_{EXPERIMENTAL} < F_{TEÓRICO} ?$	
Resultado	$\delta^2_{OBS} = \delta^2_{PRED}$	$\delta^2_{OBS} = \delta^2_{PRED}$	$\delta^2_{OBS} = \delta^2_{PRED}$
$t_{EXPERIMENTAL}$	$9,84469 \cdot 10^{-5}$	0,01119	0,79267
$t_{CRÍTICO}$		2,10	
Teste de Média		$t_{EXPERIMENTAL} < t_{CRÍTICO} ?$	
Resultado	$\bar{y}_{OBS} = \bar{y}_{PRED}$	$\bar{y}_{OBS} = \bar{y}_{PRED}$	$\bar{y}_{OBS} = \bar{y}_{PRED}$
Nível de Confiança : 99%			
$F_{TEÓRICO}$		6,54	
Teste de Variância		$F_{EXPERIMENTAL} < F_{TEÓRICO} ?$	
Resultado	$\delta^2_{OBS} = \delta^2_{PRED}$	$\delta^2_{OBS} = \delta^2_{PRED}$	$\delta^2_{OBS} = \delta^2_{PRED}$
$t_{EXPERIMENTAL}$	$9,84469 \cdot 10^{-5}$	0,01119	0,79267
$t_{CRÍTICO}$		2,878	
Teste de Média		$t_{EXPERIMENTAL} < t_{CRÍTICO} ?$	
Resultado	$\bar{y}_{OBS} = \bar{y}_{PRED}$	$\bar{y}_{OBS} = \bar{y}_{PRED}$	$\bar{y}_{OBS} = \bar{y}_{PRED}$

FONTE: O Autor, (2009)

A partir dos resultados obtidos, verifica-se que os três modelos geraram um conjunto de dados preditos que tem média e variância estatisticamente iguais ao conjunto de dados experimentais, considerando níveis de confiança de 95% e 99%. Novamente, de acordo com este critério, todos os modelos são capazes de descrever os dados experimentais.

O terceiro teste de diagnóstico numérico da estimação utilizado neste trabalho é o teste de χ^2_{RED} , no qual o conjunto de valores preditos por cada modelo será comparado ao conjunto de dados experimentais. Os resultados foram obtidos considerando níveis de confiança de 95% e 99%, sendo apresentados na TABELA IV. 4,

novamente, os valores das distribuições estatísticas foram também obtidas JOHNSON & WICHERN (2002).

O teste foi realizado considerando a variância dos dados constantes e igual a $\delta_{OBS-1}^2 = 5 \cdot 10^{-5}$. Pelos resultados apresentados na TABELA IV. 4, verifica-se que apenas o Modelo 03 não satisfaz o teste de χ_{RED}^2 para os dois níveis de confiança considerados. Logo, o Modelo 01 e o Modelo 02 são adequados para a representação dos dados. Neste ponto, deve-se ressaltar a importância de se conduzir todos os diagnósticos numéricos, pois o Modelo 03 satisfaz o critério de r^2 e dos testes de hipótese de média e variância. Em função dos diagnósticos e do valor de $FOBJ$, conclui-se que o modelo fracionário é o que melhor representa o conjunto de dados.

TABELA IV. 4 – RESULTADOS DO TESTE DE χ_{RED}^2 : CONJUNTO DE DADOS 01 – ESTRATÉGIA 01

Tipo	Modelo 01	Modelo 02	Modelo 03
	Inteiro	Fracionário	Inteiro
$FOBJ$	$5,17 \cdot 10^{-4}$	$4,98 \cdot 10^{-4}$	$1,0 \cdot 10^{-1}$
NE		10	
NP	2	3	2
\bar{y}_{OBS}		0,4030	
δ_{OBS}^2		0,01754	
χ_{RED}^2	1,2917	1,4215	250,66
Nível de Confiança : 95%			
χ_{RED}^2 inferior	0,206	0,177	0,206
χ_{RED}^2 superior	2,511	2,64	2,511
Teste de χ_{RED}^2	χ_{RED}^2 inferior < χ_{RED}^2 < χ_{RED}^2 superior ?		
Resultado	Sim : Ajuste Bom	Sim : Ajuste Bom	Não : Ajuste Ruim
Nível de Confiança : 99%			
χ_{RED}^2 inferior	0,341	0,31	0,341
χ_{RED}^2 superior	1,939	2,01	1,939
Teste de χ_{RED}^2	χ_{RED}^2 inferior < χ_{RED}^2 < χ_{RED}^2 superior ?		
Resultado	Sim : Ajuste Bom	Sim : Ajuste Bom	Não : Ajuste Ruim

FONTE: O Autor, (2009)

Por fim, deve ser calculada a variância paramétrica. Serão calculados os erros dos parâmetros apenas do Modelo 02 que satisfaz todos os critérios de diagnóstico estatístico e foi considerado o melhor modelo para a descrição dos dados experimentais. Deve-se, ainda, ter em mente que o foco deste trabalho é a identificação fracionária. Conforme o procedimento indicado no Capítulo III e considerando variância experimental constante e igual a $\delta_{OBS-1}^2 = 5 \cdot 10^{-5}$, a TABELA IV. 5 apresenta os

resultados obtidos. Observa-se que todos os parâmetros são significativos, uma vez todos possuem valor de erro menor que o valor do próprio parâmetro.

TABELA IV. 5 – RESULTADOS DA VARIÂNCIA PARAMÉTRICA: CONJUNTO DE DADOS 01 – ESTRATÉGIA 01

Tipo	Modelo 02		
	Fracionário		
Parâmetros	Valor	Variância	Desvio Padrão
α	1,0485	$3,20 \cdot 10^{-3}$	$5,65 \cdot 10^{-2}$
a	6,4841	$3,55 \cdot 10^{-4}$	$1,88 \cdot 10^{-2}$
b	1,8439	$1,87 \cdot 10^{-3}$	$4,32 \cdot 10^{-2}$
$FOBJ$		$4,98 \cdot 10^{-4}$	

FONTE: O Autor, (2009)

2.2 – ESTIMAÇÃO USANDO A ESTRATÉGIA 02.

A segunda estratégia de estimação de parâmetros para identificação do processo foi considerar a estimação como um problema de otimização não-linear e utilizar técnicas determinísticas para a minimização da função objetivo. Como mencionado, foi utilizada a subrotina DUMINF (IMSL, 1994a) para resolver o problema de otimização. Os modelos utilizados para a estimação usando a estratégia 02 foram iguais aos utilizados para a estratégia 01. Novamente, diversas estimativas iniciais para cada modelo foram testadas, sendo que os valores listados na TABELA IV. 6 são os que apresentaram os menores valores para $FOBJ$, sendo reportados os respectivos valores para os parâmetros estimados.

TABELA IV. 6 – RESULTADOS DA ESTIMAÇÃO: CONJUNTO DE DADOS 01 – ESTRATÉGIA 02

Tipo	Modelo 01		Modelo 02		Modelo 03	
	Inteiro		Fracionário		Inteiro	
Parâmetros	Estimativa Inicial	Valor Final	Estimativa Inicial	Valor Final	Estimativa Inicial	Valor Final
α	—	1	1,0	1,0252	—	2
a	3,5	3,5063	3,5	6,2992	17,0	20,4442
b	2,0	0,564	1,0	1,8148	5,0	3,4904
$FOBJ$	$4,77 \cdot 10^{-4}$		$4,52 \cdot 10^{-4}$		$8,26 \cdot 10^{-2}$	

FONTE: O Autor, (2009)

Observa-se que o Modelo 02 (fracionário) obteve o melhor valor e o Modelo 03, pode ser considerado o pior. Verifica-se ainda que o Modelo 01 e o Modelo 02 apresentam praticamente o mesmo valor de $FOBJ$, como observado nos resultados da estimação utilizando a estratégia 01. Comparando-se os resultados da TABELA

IV. 6 com os resultados da TABELA IV. 1, verifica-se que a estratégia 02 leva a estimação de melhores parâmetros, haja vista o valor de FOB_J . Isso provavelmente ocorreu devido às subrotinas utilizadas para a solução dos respectivos problemas, bem como à influência das condições iniciais.

Novamente, em um primeiro momento será feita uma análise visual qualitativa das estimações dos parâmetros, seguida dos diagnósticos numéricos quantitativos. A FIGURA IV. 6 apresenta o gráfico dos valores preditos pelos modelos em função do tempo, permitindo uma comparação visual dos modelos entre si e dos modelos com os dados experimentais. Em função do valor de FOB_J , verifica-se uma proximidade entre os valores preditos pelo Modelo 01 e pelo Modelo 02, bem como entre eles e os dados experimentais, o que, em uma primeira análise, evidencia um bom ajuste, uma vez que os valores preditos pelos modelos estão dentro da faixa de erros experimentais, como observado na FIGURA IV. 2. Por outro lado, observa-se que, qualitativamente, Modelo 03 não é adequado para descrição dos dados experimentais.

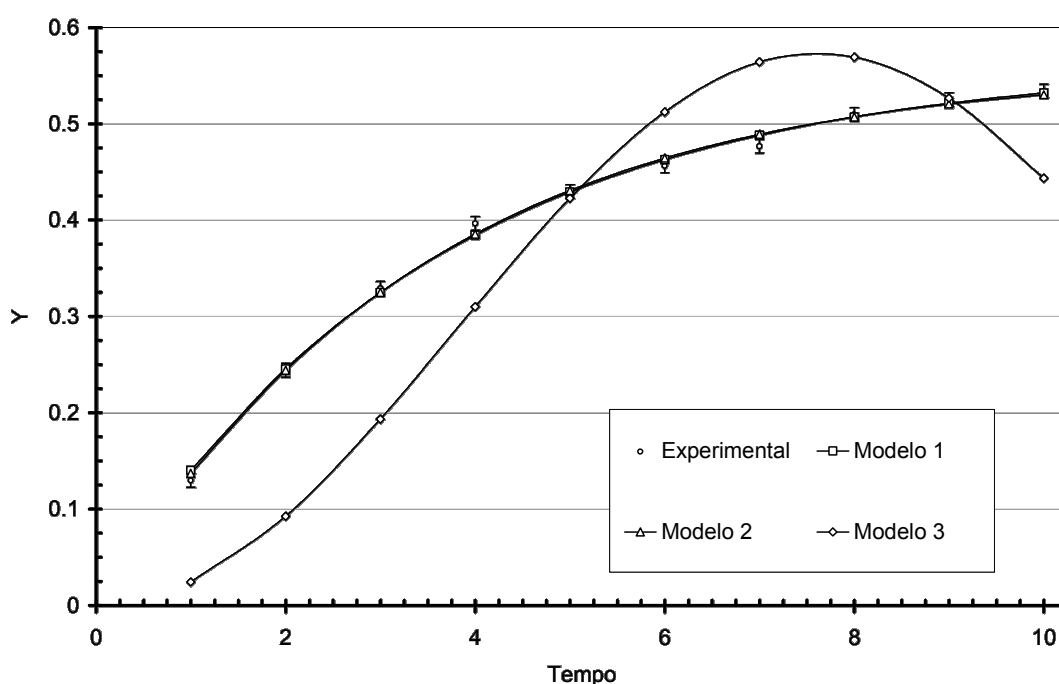


FIGURA IV. 6– GRÁFICO DOS VALORES PREDITOS EM FUNÇÃO DO TEMPO: CONJUNTO DE DADOS 01 – ESTRATÉGIA 02

FONTE: O Autor, (2009)

A FIGURA IV. 7 também é utilizada para diagnóstico gráfico da estimação apresentando valores preditos pelos modelos em função dos observados. Verifica-se, como esperado, que as previsões do Modelo 01 e do Modelo 02 encontram-se

próximas da reta com inclinação de 45° que passa pela origem, evidenciando bons modelos. Verifica-se também que as predições do Modelo 03 não são adequadas, pois como mencionado anteriormente, além do valor de F_{OBJ} , não têm uma relação linear com os dados experimentais.

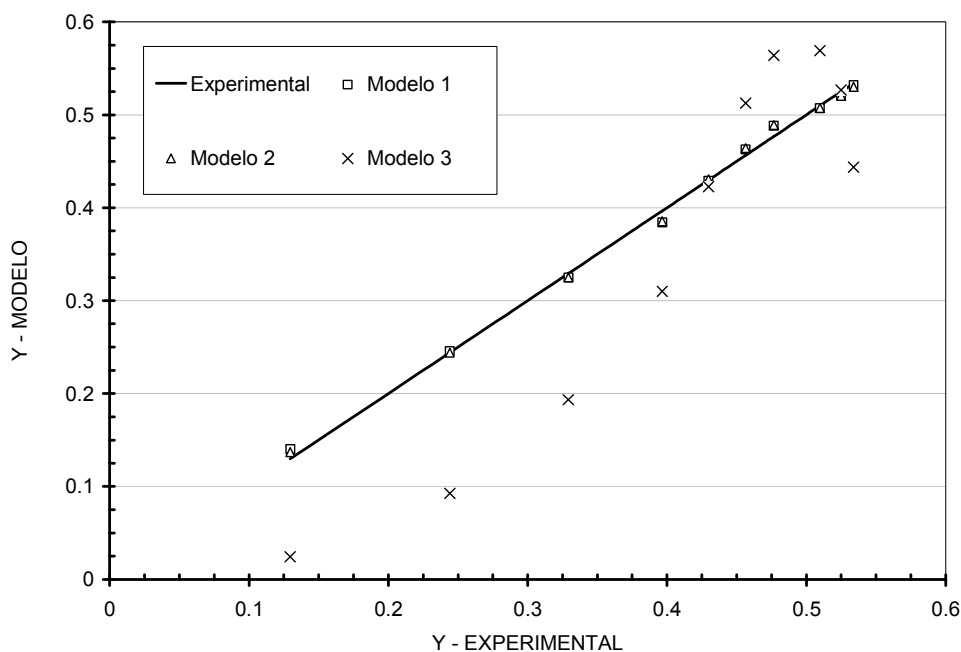


FIGURA IV. 7 – GRÁFICO DOS VALORES PREDITOS EM FUNÇÃO DOS VALORES OBSERVADOS: CONJUNTO DE DADOS 01 – ESTRATÉGIA 02

FONTE: O Autor, (2009)

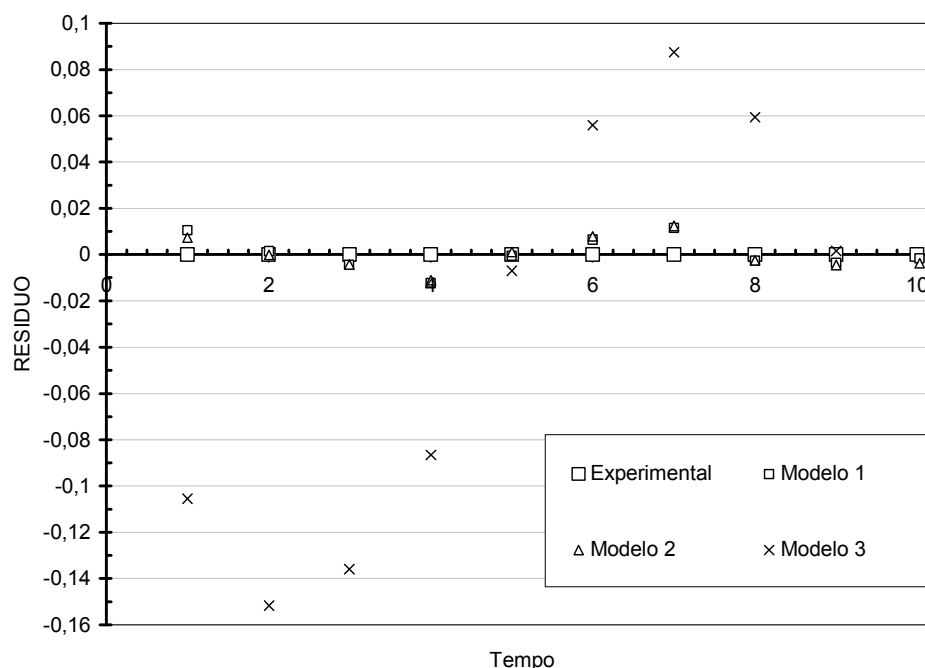


FIGURA IV. 8 – GRÁFICO DOS RESÍDUOS EM FUNÇÃO DO TEMPO: CONJUNTO DE DADOS 01 – ESTRATÉGIA 02

FONTE: O Autor, (2009)

Por fim, a análise gráfica de resíduos é de fundamental importância para o diagnóstico do ajuste. A partir da FIGURA IV. 8 e da FIGURA IV. 9, verifica-se que os resíduos do Modelo 01 e do Modelo 02 são próximos de zero, o que evidência um bom ajuste, diferentemente do que pode ser observado para o Modelo 03. Além disso, conforme observado nas estimações obtidas pela estratégia 01, a informação mais importante que pode ser obtida destas figuras é o fato dos resíduos estarem distribuídos em torno de 0, o que permite a conclusão de que o modelo não apresenta erros sistemáticos (*bias*); as diferenças entre valores preditos e observados surgem exclusivamente devido a erros aleatórios dos valores observados (VUOLO, 1992). Novamente, a FIGURA IV. 9 apresenta um gráfico de barras dos resíduos para facilitar a visualização.

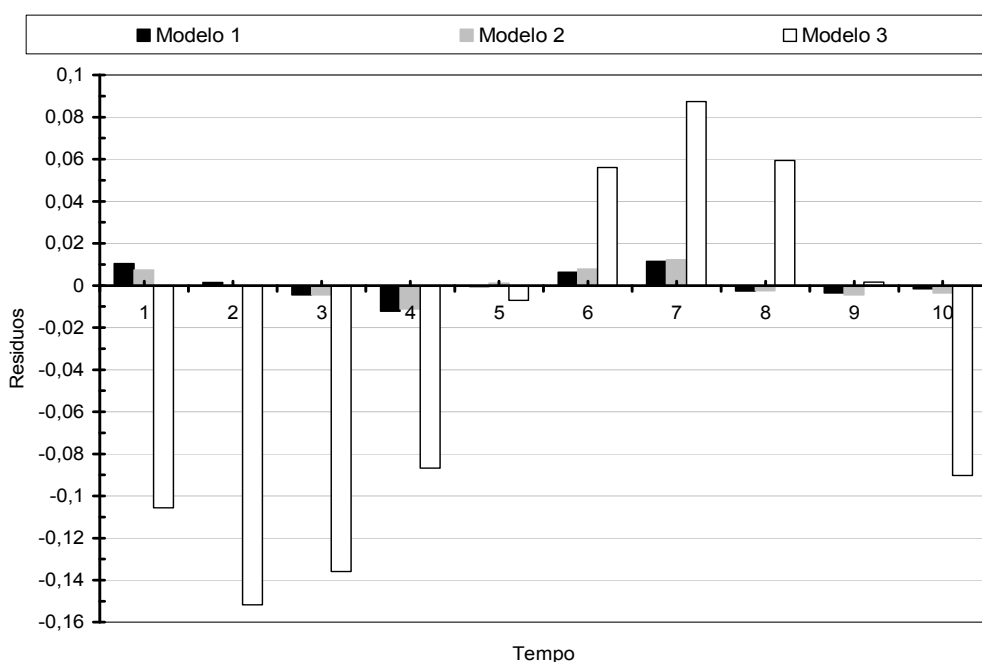


FIGURA IV. 9 – GRÁFICO DE BARRAS DOS RESÍDUOS EM FUNÇÃO DO TEMPO: CONJUNTO DE DADOS 01 – ESTRATÉGIA 02

FONTE: O Autor, (2009)

Similarmente à estratégia 01, será realizado o diagnóstico estatístico, baseado no teste de χ^2_{RED} , no coeficiente de correção r^2 , no teste de hipótese de média e variância para os modelos identificados usando a estratégia 02.

O primeiro teste de diagnóstico da estimação é o cálculo do coeficiente de correlação r^2 , cujos resultados são apresentados na TABELA IV. 7.

TABELA IV. 7 – RESULTADOS DO CÁLCULO DO COEFICIENTE DE CORRELAÇÃO: CONJUNTO DE DADOS 01 – ESTRATÉGIA 02

Tipo	Modelo 01	Modelo 02	Modelo 03
	Inteiro	Fracionário	Inteiro
$FOBJ$	$4,77 \cdot 10^{-4}$	$4,52 \cdot 10^{-4}$	$8,26 \cdot 10^{-2}$
\bar{y}_{OBS}		0,4030	
δ^2_{OBS}		0,01754	
\bar{y}_{PRED}	0,4035	0,4034	0,3658
δ^2_{PRED}	0,01705	0,01725	0,04019
$\delta^2_{OBS-PRED}$	0,01727	0,01737	0,02504
$r_{OBS-PRED}$	0,99857	0,99859	0,94327
$r^2_{OBS-PRED}$	0,9971	0,9972	0,8897

FONTE: O Autor, (2009)

A partir dos resultados, verifica-se que o Modelo 01 e o Modelo 02 apresentam praticamente o mesmo valor de r^2 , com uma pequeníssima melhora do Modelo 02. Como ambos os valores de r e r^2 são muito próximos de 1, o ajuste pode ser considerado ótimo. O Modelo 03 pode ser considerado incapaz de descrever os dados experimentais, tendo em vista o fato de r^2 ser menor que 0,9. Desta forma, pelo teste de r^2 , o Modelo 1 e o Modelo 2 são capazes de descrever os dados experimentais. Verificou-se que a estratégia 02 levou a um menor valor para $FOBJ$ para o Modelo 03 quando comparado ao valor de $FOBJ$ do Modelo 03 obtido pela estratégia 01. Desta forma, esperar-se-ia que o valor de r^2 do Modelo 03 da estratégia 02 fosse superior a 0,92, o que não ocorreu, conforme mostram os dados da TABELA IV. 7. Observa-se que o Modelo 03 identificado pela estratégia 02 prediz exatamente dois pontos experimentais ($t=5$ e $t=9$ – FIGURA IV. 6) enquanto que o Modelo 03 identificado pela estratégia 01 prediz corretamente apenas um ponto experimental ($t=6$ – FIGURA IV. 2), o que leva ao menor valor de $FOBJ$ obtido pela estratégia 02. Por outro lado, para $t=6$, $t=7$ e $t=10$ verifica-se que o ponto predito pelo Modelo 03 identificado pela estratégia 02 está mais afastado do ponto experimental do que o respectivo ponto predito pelo Modelo 03 identificado pela estratégia 01. Este afastamento não compromete de maneira decisiva o valor de $FOBJ$, porém influencia negativamente o valor de r^2 do Modelo 03 identificado pela estratégia 02, fazendo com que seja menor que 0,92.

O segundo teste de diagnóstico da estimação é o teste de hipótese de média e variância, no qual o conjunto de valores preditos por cada modelo será comparado ao conjunto de dados experimentais. Os resultados foram obtidos considerando níveis de confiança de 95% e 99%, sendo apresentados na TABELA IV. 8. A partir dos resultados obtidos, verifica-se que os três modelos geraram um conjunto de dados que tem média e variância estatisticamente iguais ao conjunto de dados experimentais, considerando níveis de confiança de 95% e 99%. Conclusão similar foi obtida a partir dos resultados da estratégia 01.

TABELA IV. 8 – RESULTADOS DO TESTE DE HIPÓTESES: CONJUNTO DE DADOS 01 – ESTRATÉGIA 02

Tipo	Modelo 01	Modelo 02	Modelo 03
	Inteiro	Fracionário	Inteiro
F_{OBJ}	$4,77 \cdot 10^{-4}$	$4,52 \cdot 10^{-4}$	$8,26 \cdot 10^{-2}$
NE		10	
\bar{y}_{OBS}		0,4030	
δ^2_{OBS}		0,01754	
\bar{y}_{PRED}	0,4035	0,4034	0,3658
δ^2_{PRED}	0,01705	0,01725	0,04019
$F_{EXPERIMENTAL}$	1,0289	1,0169	2,3391
Nível de Confiança : 95%			
$F_{TEÓRICO}$		4,026	
Teste de Variância		$F_{EXPERIMENTAL} < F_{TEÓRICO} ?$	
Resultado	$\delta^2_{OBS} = \delta^2_{PRED}$	$\delta^2_{OBS} = \delta^2_{PRED}$	$\delta^2_{OBS} = \delta^2_{PRED}$
$t_{EXPERIMENTAL}$	0,007626	0,004542	0,4904
$t_{CRÍTICO}$		2,10	
Teste de Média		$t_{EXPERIMENTAL} < t_{CRÍTICO} ?$	
Resultado	$\bar{y}_{OBS} = \bar{y}_{PRED}$	$\bar{y}_{OBS} = \bar{y}_{PRED}$	$\bar{y}_{OBS} = \bar{y}_{PRED}$
Nível de Confiança : 99%			
$F_{TEÓRICO}$		6,54	
Teste de Variância		$F_{EXPERIMENTAL} < F_{TEÓRICO} ?$	
Resultado	$\delta^2_{OBS} = \delta^2_{PRED}$	$\delta^2_{OBS} = \delta^2_{PRED}$	$\delta^2_{OBS} = \delta^2_{PRED}$
$t_{EXPERIMENTAL}$	0,007626	0,004542	0,4904
$t_{CRÍTICO}$		2,878	
Teste de Média		$t_{EXPERIMENTAL} < t_{CRÍTICO} ?$	
Resultado	$\bar{y}_{OBS} = \bar{y}_{PRED}$	$\bar{y}_{OBS} = \bar{y}_{PRED}$	$\bar{y}_{OBS} = \bar{y}_{PRED}$

FONTE: O Autor, (2009)

O terceiro teste de diagnóstico da estimação é o teste de χ^2_{RED} , no qual o conjunto de valores preditos por cada modelo será comparado ao conjunto de dados experimentais. Os resultados foram obtidos considerando níveis de confiança de 95% e 99%, sendo apresentados na TABELA IV. 9. O teste foi realizado considerando a variância dos dados constantes e igual a $5 \cdot 10^{-5}$ e verificou-se que apenas o Modelo 03 não satisfaz os critérios para os dois níveis de confiança considerados. Logo, o Modelo 01 e o Modelo 02 são adequados para a representação dos dados. Observa-se a partir dos resultados a importância de conduzir todos os diagnósticos numéricos, pois o Modelo 03 satisfaz o critério do testes de hipótese de média e variância. Em função do diagnóstico estatístico, do valor de $FOBJ$, o modelo fracionário é o que melhor representa o conjunto de dados.

TABELA IV. 9 – RESULTADOS DO TESTE DE χ^2_{RED} : CONJUNTO DE DADOS 01 – ESTRATÉGIA 02

Tipo	Modelo 01	Modelo 02	Modelo 03
	Inteiro	Fracionário	Inteiro
$FOBJ$	$4,77 \cdot 10^{-4}$	$4,52 \cdot 10^{-4}$	$8,26 \cdot 10^{-2}$
NE		10	
NP	2	3	2
\bar{y}_{OBS}		0,4030	
δ^2_{OBS}		0,01754	
χ^2_{RED}	1,1935	1,2933	206,62
Nível de Confiança : 95%			
χ^2_{RED} inferior	0,206	0,177	0,206
χ^2_{RED} superior	2,511	2,64	2,511
Teste de χ^2_{RED}	$\chi^2_{RED} inferior < \chi^2_{RED} < \chi^2_{RED} superior$?		
Resultado	Sim : Ajuste Bom	Sim : Ajuste Bom	Não : Ajuste Ruim
Nível de Confiança : 99%			
χ^2_{RED} inferior	0,341	0,31	0,341
χ^2_{RED} superior	1,939	2,01	1,939
Teste de χ^2_{RED}	$\chi^2_{RED} inferior < \chi^2_{RED} < \chi^2_{RED} superior$?		
Resultado	Sim : Ajuste Bom	Sim : Ajuste Bom	Não : Ajuste Ruim

FONTE: O Autor, (2009)

Por fim, deve ser calculada a variância paramétrica. Serão calculados os erros dos parâmetros apenas do Modelo 02 que satisfaz todos os critérios de avaliação estatística da identificação, e por ser o foco deste trabalho. A partir do procedimento indicado no Capítulo III, similar ao usado para o conjunto de dados da estratégia 01, considerando variância experimental constante e igual a

$\delta_{OBS-1}^2 = 5 \cdot 10^{-5}$, a TABELA IV. 10 apresenta os resultados obtidos. Observa-se que os parâmetros são significativos, uma vez todos possuem valor de erro menor que o valor do próprio parâmetro.

TABELA IV. 10 – RESULTADOS DA VARIÂNCIA PARAMÉTRICA: CONJUNTO DE DADOS 01 – ESTRATÉGIA 02

Tipo	Modelo 02		
	Fracionário		
Parâmetros	Valor	Variância	Desvio Padrão
α	1,0252	$3,07 \cdot 10^{-3}$	$5,54 \cdot 10^{-2}$
a	6,2992	$3,87 \cdot 10^{-4}$	$1,97 \cdot 10^{-2}$
b	1,8148	$1,81 \cdot 10^{-3}$	$4,25 \cdot 10^{-2}$
FOBJ		$4,52 \cdot 10^{-4}$	

FONTE: O Autor, (2009)

2.3 – ESTIMAÇÃO USANDO A ESTRATÉGIA 03.

A abordagem utilizada para estimação de parâmetros empregando a estratégia 03 foi considerar a estimação como um problema de otimização e utilizar técnicas heurísticas para a minimização da função objetivo. Como mencionado, foi adotada a técnica de algoritmos genéticos. Os modelos considerados para estimação com a estratégia 03 foram iguais aos utilizados para as estratégias anteriores. Em todas as simulações foram utilizadas 150 gerações e o número de indivíduos foi igual a 20, enquanto que o valor de PCRUZA foi definido em 0,85 e o valor de PMUTA foi definido em 0,05 (Ver Capítulo III). Utilizou-se uma estimativa inicial base a partir da qual foram gerados todos os indivíduos da primeira geração, multiplicando-se da condição inicial base por um número entre 0 e 1 que fora gerado aleatoriamente para cada indivíduo. A TABELA IV. 11 apresenta as condições iniciais base utilizadas, bem como os melhores parâmetros estimados e os respectivos valores para FOBJ.

TABELA IV. 11 – RESULTADOS DA ESTIMAÇÃO: CONJUNTO DE DADOS 01 – ESTRATÉGIA 03

Tipo	Modelo 01		Modelo 02		Modelo 03	
	Inteiro		Fracionário		Inteiro	
Parâmetros	Estimativa Inicial Base	Valor Final	Estimativa Inicial Base	Valor Final	Estimativa Inicial Base	Valor Final
α	–	1	1,0	1,0085	–	2
a	5,0	5,9694	3,5	6,1119	17,0	17,2832
b	1,5	1,8831	1,0	1,8273	5,0	3,3987
FOBJ		$2,33 \cdot 10^{-3}$		$6,826 \cdot 10^{-4}$		$9,51 \cdot 10^{-2}$

FONTE: O Autor, (2009)

Observa-se que o Modelo 02 (fracionário) obteve o melhor valor de $FOBJ$ e o Modelo 03, pode ser considerado o pior. Comparando-se os resultados da TABELA IV. 11 com os resultados da TABELA IV. 1 e da TABELA IV. 6, verifica-se que a estratégia 03 leva a estimação de piores parâmetros para o modelo 01 e para o modelo 02, haja vista o valor de $FOBJ$. Isso provavelmente ocorreu devido à baixa quantidade de gerações e indivíduos. Poderia ter sido utilizado o resultado de uma simulação como condição base para uma segunda estimação, o resultado da segunda estimação como condição base para uma terceira e assim, sucessivamente, o que caracterizaria um refino da estimação, levando a uma provável melhora dos parâmetros estimados.

A FIGURA IV. 10 apresenta o gráfico dos valores preditos pelos modelos em função do tempo, permitindo uma comparação visual dos modelos entre si e dos modelos com os dados experimentais. Em função do valor de $FOBJ$, verifica-se uma proximidade entre o Modelo 01 e o Modelo 02, bem como entre eles e os dados experimentais, o que, em uma primeira análise, evidencia um ajuste razoável, apesar dos modelos estarem fora da faixa de erros experimentais para $t > 7$. Por outro lado, observa-se que, qualitativamente, Modelo 03 não é adequado para descrição dos dados experimentais. A FIGURA IV. 11 também é utilizada para diagnóstico gráfico da estimação apresentando valores preditos em função dos valores observados. Verifica-se, como esperado, que as predições do Modelo 01 e do Modelo 02 encontram-se próximas da reta com inclinação de 45° que passa pela origem, e também, que as predições do Modelo 03 não são adequadas, como esperado pelo valor de $FOBJ$.

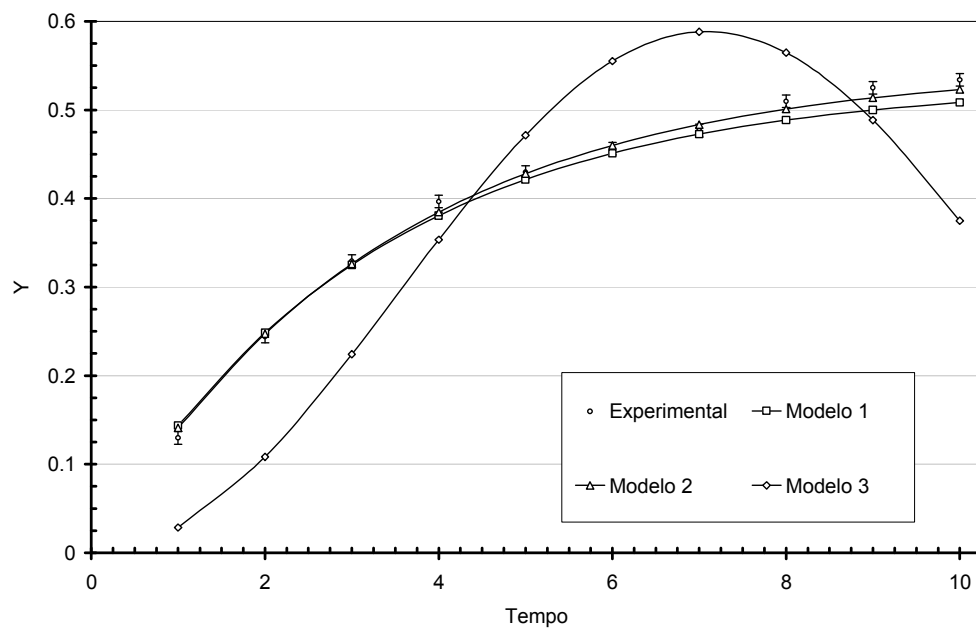


FIGURA IV. 10 – GRÁFICO DOS VALORES PREDITOS EM FUNÇÃO DO TEMPO: CONJUNTO DE DADOS 01 – ESTRATÉGIA 03

FONTE: O Autor, (2009)

Por fim, a análise gráfica de resíduos é de fundamental importância para o diagnóstico do ajuste. A partir da FIGURA IV. 12 e da FIGURA IV. 13, verifica-se que os resíduos do Modelo 02 são próximos de zero, evidenciando um bom ajuste, conforme justificado na análise dos resultados da identificação usando a estratégia 01 e a estratégia 02. A FIGURA IV. 13 apresenta um gráfico de barras dos resíduos para facilitar a visualização e a comparação.

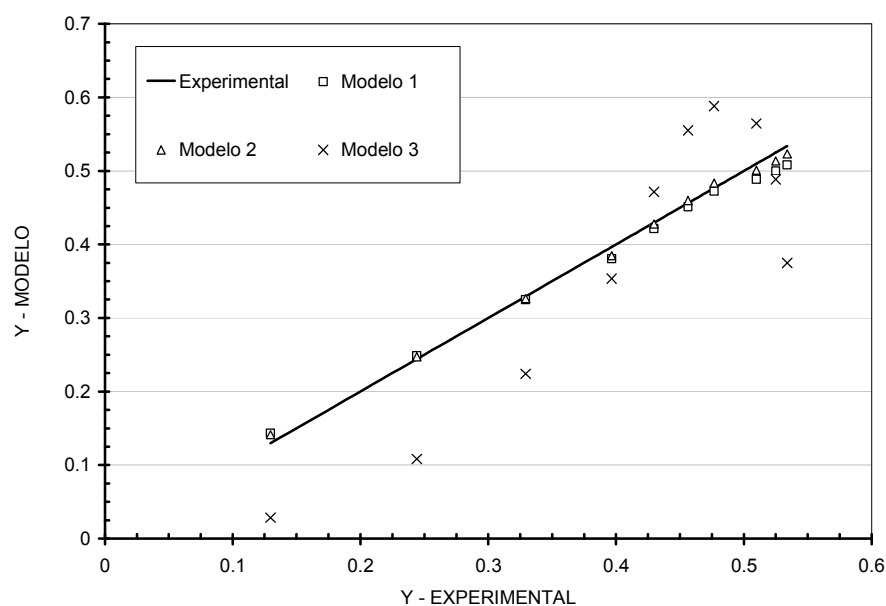


FIGURA IV. 11 – GRÁFICO DOS VALORES PREDITOS EM FUNÇÃO DOS VALORES OBSERVADOS: CONJUNTO DE DADOS 01 – ESTRATÉGIA 03

FONTE: O Autor, (2009)

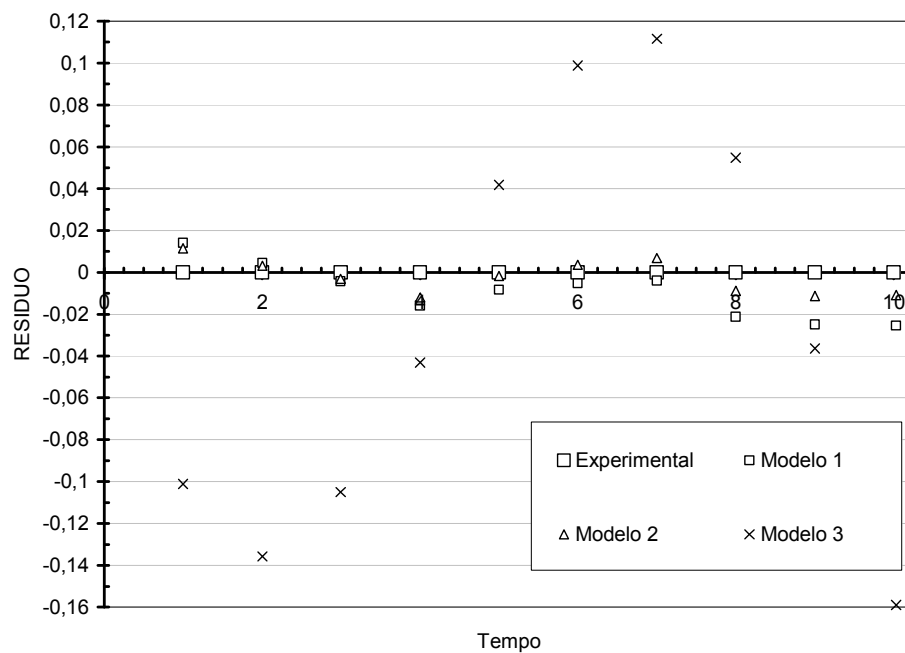


FIGURA IV. 12 – GRÁFICO DOS RESÍDUOS EM FUNÇÃO DO TEMPO: CONJUNTO DE DADOS 01 – ESTRATÉGIA 03

FONTE: O Autor, (2009)

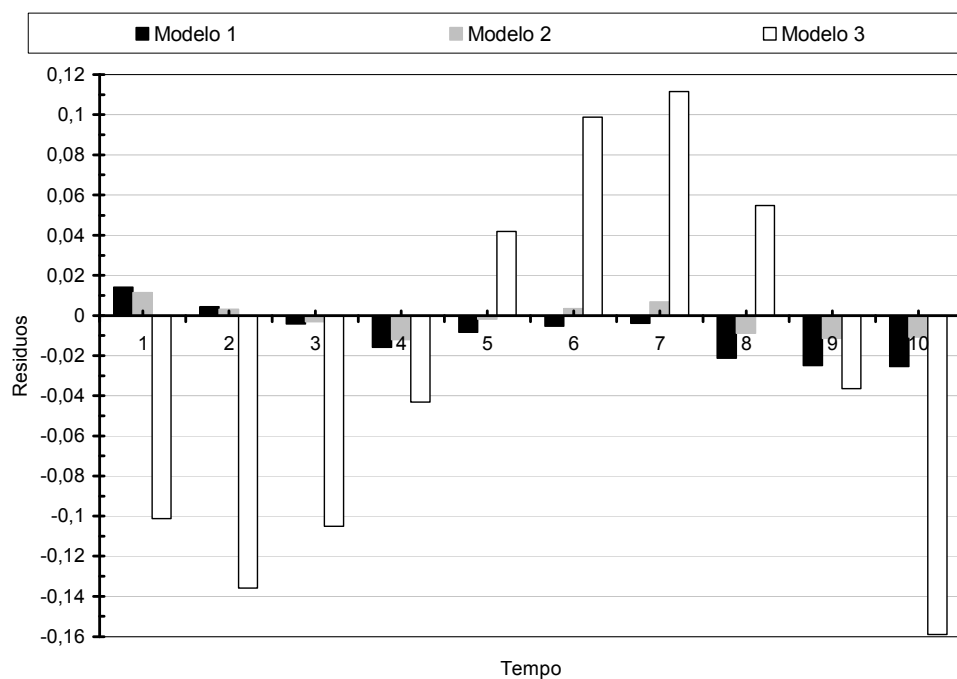


FIGURA IV. 13 – GRÁFICO DE BARRAS DOS RESÍDUOS EM FUNÇÃO DO TEMPO: CONJUNTO DE DADOS 01 – ESTRATÉGIA 03

FONTE: O Autor, (2009)

Similarmente à estratégia 01 e à estratégia 02, será realizado um diagnóstico numérico baseado no teste de χ^2_{RED} , no coeficiente de correção r e no teste de hipótese de média e variância para os modelos identificados usando a estratégia 02.

O primeiro teste de diagnóstico da estimação é o cálculo do coeficiente de correlação r , cujos resultados são apresentados na TABELA IV. 1.

TABELA IV. 12 – RESULTADOS DO CÁLCULO DO COEFICIENTE DE CORRELAÇÃO: CONJUNTO DE DADOS 01 – ESTRATÉGIA 03

Tipo	Modelo 01	Modelo 02	Modelo 03
	Inteiro	Fracionário	Inteiro
F_{OBJ}	$2,33 \cdot 10^{-3}$	$6,826 \cdot 10^{-4}$	$9,51 \cdot 10^{-2}$
\bar{y}_{OBS}		0,4030	
δ^2_{OBS}		0,01754	
\bar{y}_{PRED}	0,3939	0,4008	0,3757
δ^2_{PRED}	0,01469	0,01618	0,03894
$\delta^2_{OBS-PRED}$	0,01603	0,01682	0,02337
$r_{OBS-PRED}$	0,9987	0,9987	0,8943
$r^2_{OBS-PRED}$	0,9974	0,9974	0,7997

FONTE: O Autor, (2009)

A partir dos resultados, verifica-se que o Modelo 01 e o Modelo 02 apresentam valores de r e r^2 muito próximos de 1, e portanto o ajuste pode ser considerado ótimo. O Modelo 03 pode ser considerado incapaz de descrever os dados experimentais, tendo em vista o fato de r^2 ser menor que 0,9. Desta forma, pelo teste de r^2 , o Modelo 01 e o Modelo 02 são capazes de descrever os dados experimentais.

O segundo teste de diagnóstico da estimação é o teste de hipótese de média e variância, no qual o conjunto de valores preditos por cada modelo será comparado ao conjunto de dados experimentais. Os resultados foram obtidos considerando níveis de confiança de 95% e 99%, sendo apresentados na TABELA IV. 13.

TABELA IV. 13 – RESULTADOS DO TESTE DE HIPÓTESES: CONJUNTO 01 – ESTRATÉGIA 03

Tipo	Modelo 01	Modelo 02	Modelo 03
	Inteiro	Fracionário	Inteiro
F_{OBS}	$2,33 \cdot 10^{-3}$	$6,826 \cdot 10^{-4}$	$9,51 \cdot 10^{-2}$
N_E		10	
\bar{y}_{OBS}		0,4030	
δ_{OBS}^2		0,01754	
\bar{y}_{PRED}	0,3939	0,4008	0,3757
δ_{PRED}^2	0,01469	0,01618	0,03894
$F_{EXPERIMENTAL}$	1,1938	1,0841	2,2199
Nível de Confiança : 95%			
$F_{TEÓRICO}$		4,026	
Teste de Variância		$F_{EXPERIMENTAL} < F_{TEÓRICO} ?$	
Resultado	$\delta_{OBS}^2 = \delta_{PRED}^2$	$\delta_{OBS}^2 = \delta_{PRED}^2$	$\delta_{OBS}^2 = \delta_{PRED}^2$
$t_{EXPERIMENTAL}$	0,1608	0,03949	0,3641
$t_{CRÍTICO}$		2,10	
Teste de Média		$t_{EXPERIMENTAL} < t_{CRÍTICO} ?$	
Resultado	$\bar{y}_{OBS} = \bar{y}_{PRED}$	$\bar{y}_{OBS} = \bar{y}_{PRED}$	$\bar{y}_{OBS} = \bar{y}_{PRED}$
Nível de Confiança : 99%			
$F_{TEÓRICO}$		6,54	
Teste de Variância		$F_{EXPERIMENTAL} < F_{TEÓRICO} ?$	
Resultado	$\delta_{OBS}^2 = \delta_{PRED}^2$	$\delta_{OBS}^2 = \delta_{PRED}^2$	$\delta_{OBS}^2 = \delta_{PRED}^2$
$t_{EXPERIMENTAL}$	0,1608	0,03949	0,3641
$t_{CRÍTICO}$		2,878	
Teste de Média		$t_{EXPERIMENTAL} < t_{CRÍTICO} ?$	
Resultado	$\bar{y}_{OBS} = \bar{y}_{PRED}$	$\bar{y}_{OBS} = \bar{y}_{PRED}$	$\bar{y}_{OBS} = \bar{y}_{PRED}$

FONTE: O Autor, (2009)

A partir dos resultados obtidos, verifica-se que os três modelos geraram um conjunto de dados que possui média e variância estatisticamente iguais ao conjunto de dados experimentais, considerando níveis de confiança de 95% e 99%.

O terceiro teste de diagnóstico da estimação é o teste de χ_{RED}^2 , no qual o conjunto de valores preditos por cada modelo será comparado ao conjunto de dados experimentais. Os resultados foram obtidos considerando níveis de confiança de 95% e 99%, sendo apresentados na TABELA IV. 14. O teste foi realizado considerando a variância dos dados constantes e igual a $\delta_{OBS-1}^2 = 5 \cdot 10^{-5}$. Pelo teste de χ_{RED}^2 , verifica-se que apenas o Modelo 02 satisfaz o teste de χ_{RED}^2 para os dois níveis de confiança

considerados. Logo, o Modelo 01 e o Modelo 03 não são adequados para a representação dos dados. Assim, caso seja usada apenas a estratégia 3, novas simulações devem ser conduzidas, variando as condições iniciais, número de indivíduos, número de gerações, valor de PCRUZA e o valor de PMUTA. Verifica-se, novamente, a importância de conduzir todos os diagnósticos numéricos, pois o Modelo 01 satisfaz o critério do testes de hipótese de média e variância e o teste de r^2 . Em função do diagnóstico, o modelo fracionário é o que melhor representa o conjunto de dados.

TABELA IV. 14 – RESULTADOS DO TESTE DE χ^2_{RED} : CONJUNTO DE DADOS 01 – ESTRATÉGIA 03

Tipo	Modelo 01	Modelo 02	Modelo 03
	Inteiro	Fracionário	Inteiro
FOBJ	$2,33 \cdot 10^{-3}$	$6,826 \cdot 10^{-4}$	$9,51 \cdot 10^{-2}$
NE		10	
NP	2	3	2
\bar{y}_{OBS}		0,4030	
δ^2_{OBS}		0,01754	
χ^2_{RED}	5,8276	1,9503	237,37
Nível de Confiança : 95%			
χ^2_{RED} inferior	0,206	0,177	0,206
χ^2_{RED} superior	2,511	2,64	2,511
Teste de χ^2_{RED}	$\chi^2_{RED} inferior < \chi^2_{RED} < \chi^2_{RED} superior$?		
Resultado	Não : Ajuste Ruim	Sim : Ajuste Bom	Não : Ajuste Ruim
Nível de Confiança : 99%			
χ^2_{RED} inferior	0,341	0,31	0,341
χ^2_{RED} superior	1,939	2,01	1,939
Teste de χ^2_{RED}	$\chi^2_{RED} inferior < \chi^2_{RED} < \chi^2_{RED} superior$?		
Resultado	Não : Ajuste Ruim	Sim : Ajuste Bom	Não : Ajuste Ruim

FONTE: O Autor, (2009)

Por fim, deve ser calculada a variância paramétrica. Serão calculados os erros dos parâmetros apenas do Modelo 02 que foi o único que satisfaz todos os critérios de avaliação estatística da identificação. A partir do procedimento indicado no Capítulo III, considerando variância experimental constante e igual a $\delta^2_{OBS-1} = 5 \cdot 10^{-5}$, a TABELA IV. 15 apresenta os resultados obtidos. Observa-se que os parâmetros são significativos, uma vez todos possuem valor de erro menor que o valor do próprio parâmetro.

TABELA IV. 15 – RESULTADOS DA VARIÂNCIA PARAMÉTRICA: CONJUNTO DE DADOS 01 – ESTRATÉGIA 03

Tipo	Modelo 02		
	Fracionário		
Parâmetros	Valor	Variância	Desvio Padrão
α	1,0085	$2,99 \cdot 10^{-3}$	$2,04 \cdot 10^{-2}$
a	6,1119	$4,16 \cdot 10^{-4}$	$1,97 \cdot 10^{-2}$
b	1,8273	$1,84 \cdot 10^{-3}$	$4,28 \cdot 10^{-2}$
FOBJ		$6,826 \cdot 10^{-4}$	

FONTE: O Autor, (2009)

2.4 – COMPARAÇÃO ENTRE AS ESTRATÉGIAS – CONJUNTO 01

A TABELA IV. 16 apresenta os valores dos parâmetros estimados para cada um dos modelos utilizando as três estratégias propostas. Constata-se, ao serem analisadas as diferentes estratégias propostas, que a estratégia 03 possui mais condições iniciais devido ao grande número de indivíduos gerados, e que a propriedade da mutação pode evitar que se caia em um mínimo local. Uma vez que as pequenas flutuações ao redor do ponto de busca causadas pelas propriedades da mutação e do cruzamento são capazes de eliminar a estagnação em um ponto de mínimo local, a técnica de algoritmos genéticos torna-se bastante útil na estimação de parâmetros. No entanto, devido ao fato de não utilizar gradientes para direcionar a busca, o resultado final da busca por algoritmos genéticos pode não ser o mínimo global da função objetivo. Isto pode ocorrer quando o número de indivíduos para cada geração é insuficiente para a busca, e também quando os parâmetros PCRUZA e PMUTA não foram otimizados. Desta forma, uma busca pelos melhores parâmetros para a técnica de algoritmos genéticos é sugerida, não sendo, porém, o foco do trabalho.

Considerando os argumentos acima reportados, verifica-se que a situação ideal é utilizar a estratégia 03 para fornecer estimativas iniciais adequadas tanto para a estratégia 01 como para a estratégia 02. A escolha entre estas duas últimas deve ser feita de acordo com a diferenciabilidade e as características da derivada da função objetivo. Deste modo, para os estudos de controle serão utilizados os modelos identificados pela estratégia 02. A partir dos testes conduzidos e dos resultados, verifica-se que a estratégia 02 é a melhor e o modelo fracionário é o que melhor representa os dados experimentais do conjunto 01.

TABELA IV. 16 – RESUMO DOS PARÂMETROS ESTIMADOS: CONJUNTO DE DADOS 01

Tipo	Modelo 01 – Inteiro			Modelo 02 – Fracionário			Modelo 03 – Inteiro		
	Estratégia								
Parâmetros	01	02	03	01	02	03	01	02	03
α	1	1	1	1,0485	1,0252	1,0085	2	2	2
a	3,61	3,5063	5,9694	6,4841	6,2992	6,1119	3,6200	20,4442	17,2832
b	0,5707	0,564	1,8831	1,8439	1,8148	1,8273	25,8179	3,4904	3,3987
$FOBJ$	$5,2 \cdot 10^{-4}$	$4,8 \cdot 10^{-4}$	$2,3 \cdot 10^{-3}$	$4,9 \cdot 10^{-4}$	$4,5 \cdot 10^{-4}$	$6,8 \cdot 10^{-4}$	$1,0 \cdot 10^{-1}$	$8,2 \cdot 10^{-2}$	$9,5 \cdot 10^{-2}$

FONTE: O Autor, (2009)

3 – IDENTIFICAÇÃO DO CONJUNTO DE DADOS 02

Conforme mencionado no Capítulo III, o conjunto de dados 02 reportado por SEBORG *et al.* (2003), refere-se à concentração de CO_2 de um bioreator após a aplicação de um degrau na vazão da corrente de alimentação ao reator. Os autores também não reportam nenhuma informação sobre os instrumentos de medida. Para este trabalho, os valores de temperatura e concentração serão considerados com variância constante e igual a $\delta_{OBS-1}^2 = 1,5 \cdot 10^{-4}$. Deve-se ressaltar que os valores são apresentados em variáveis tipo desvio adimensionais, sendo apresentados na FIGURA IV. 14. O modelo fracionário a ser identificado é idêntico ao usado para identificação dos dados do conjunto 01 (Eq. III.27), sendo que a tarefa de identificação consiste, novamente, na estimação de a , b , α que minimizam a função objetivo correspondente à soma dos quadrados das distâncias entre dados experimentais e valores preditos pelo modelo.

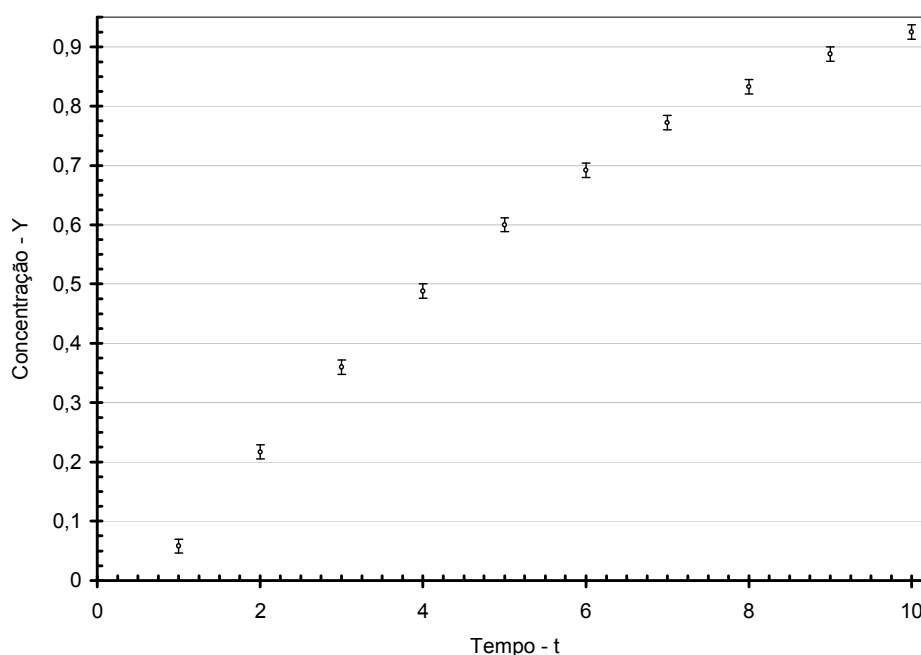


FIGURA IV. 14 – DADOS DO CONJUNTO DE DADOS 02

FONTE: O Autor, (2009)

Uma análise do gráfico permite inferir que o reator é um sistema estável, uma vez que o valor da concentração de CO_2 atinge um novo estado estacionário a partir de $t=10$, após uma perturbação do tipo degrau na vazão da corrente de alimentação do reator. Assim, como para o conjunto de dados 01, é possível identificar um modelo, e o sistema é considerado controlável. A título de comparação, para o conjunto de dados 02, também serão identificados um modelo de ordem inteira 1 ($\alpha=1$), também denominado Modelo 01, e um modelo de ordem inteira 2 ($\alpha=2$), também denominado Modelo 03, sendo necessário estimar os parâmetros $\{a, b\}$.

3.1 – ESTIMAÇÃO USANDO A ESTRATÉGIA 01.

A estimação usando a estratégia 01 consiste em montar um sistema de equações não-lineares a partir da derivada da função objetivo (Eq. III.28) em relação aos parâmetros $\{\alpha, a, b\}$. Foi utilizado o mesmo programa, bem como os mesmos valores para parâmetros de convergência adotados para identificação do conjunto de dados 01. Os resultados estão apresentados na TABELA IV. 17.

TABELA IV. 17 – RESULTADOS DA ESTIMAÇÃO: CONJUNTO DE DADOS 02 – ESTRATÉGIA 01

Tipo	Modelo 01		Modelo 02		Modelo 03	
	Inteiro		Fracionário		Inteiro	
Parâmetros	Estimativa Inicial	Valor Final	Estimativa Inicial	Valor Final	Estimativa Inicial	Valor Final
α	–	1	1,0	1,4836	–	
a	1,0	0,04622	6,0	9,9434	7,0	18,5255
b	1,0	2,6902	2,5	1,3901	1,0	2,1897
$FOBJ$	$1,595 \cdot 10^{-2}$		$2,467 \cdot 10^{-3}$		$5,763 \cdot 10^{-2}$	

FONTE: O Autor, (2009)

Diversas estimativas iniciais para cada modelo foram testadas, sendo que os resultados listados na TABELA IV. 17 são os que apresentaram os melhores valores para $FOBJ$. Observa-se que o Modelo 02 (fracionário) obteve o melhor valor e o Modelo 03, pode ser considerado o pior.

Analisando-se os dados experimentais, verifica-se que o reator apresenta um tempo de resposta baixo até $t=1$, e depois se acelera. Este comportamento pode representar sistemas com tempo morto, que provavelmente não foi observado em função do intervalo de amostragem dos dados experimentais. Assim, verifica-se que o valor de $FOBJ$ para o Modelo 02 é aproximadamente uma ordem de grandeza menor que o Modelo 01 e que o Modelo 03, permitindo inferir que modelos fracionários representam uma ferramenta alternativa para a modelagem de sistemas com tempo morto.

A FIGURA IV. 15 apresenta o gráfico dos valores preditos pelos modelos em função do tempo, o que permite uma comparação visual dos modelos entre si e dos modelos com os dados experimentais. Em função do valor de $FOBJ$, verifica-se que o Modelo 02, é o que melhor descreve os dados experimentais, não somente por apresentar a mesma tendência dos dados experimentais, como pelo fato das predições do modelo estarem dentro da barra de erros para maior parte dos pontos experimentais. Isto não ocorre para o Modelo 01 e muito menos Modelo 03. No entanto, deve ser feito o diagnóstico numérico da estimação dos parâmetros para que se possa decidir pelo melhor modelo.

A FIGURA IV. 16 também é utilizada para diagnóstico gráfico da estimação apresentando valores preditos em função dos observados. Verifica-se, como esperado, que as predições do Modelo 02 encontram-se próximas da reta com inclinação de 45° que passa pela origem. Observa-se também que as predições do

Modelo 01 e do Modelo 03 não são adequadas, como esperado pelo valor de F_{OBJ} , conforme justificativa para os resultados das estimações do conjunto 01.

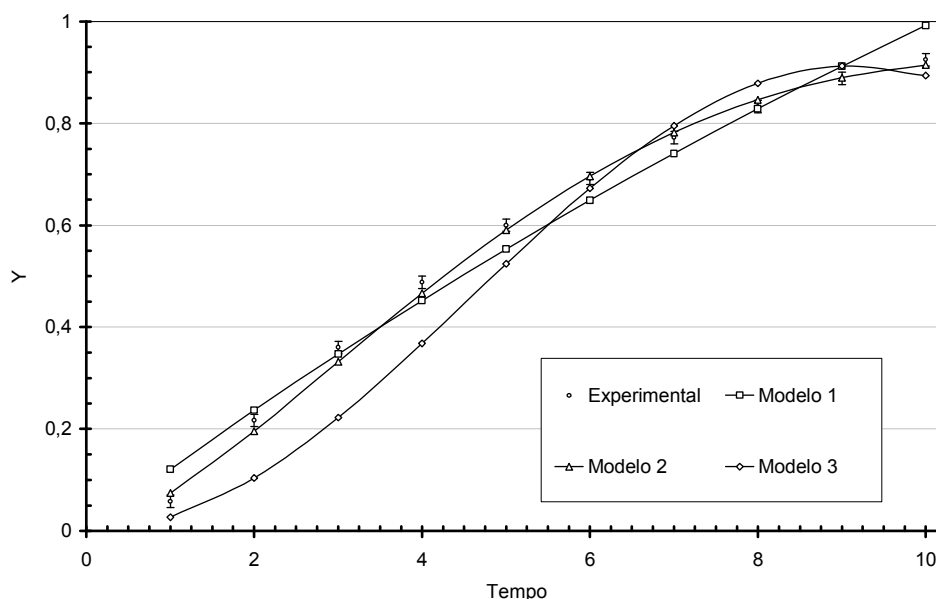


FIGURA IV. 15 – GRÁFICO DOS VALORES PREDITOS EM FUNÇÃO DO TEMPO: CONJUNTO DE DADOS 02 – ESTRATÉGIA 01

FONTE: O Autor, (2009)

Por fim, a análise gráfica de resíduos é de fundamental importância para o diagnóstico do ajuste. A partir da FIGURA IV. 17 e da FIGURA IV. 18, verifica-se que os resíduos do Modelo 02 são próximos de zero, o que evidência um bom ajuste, diferentemente do Modelo 01 e do Modelo 03. Como observado em análises anteriores, o modelo não apresenta erros sistemáticos (*bias*), e as diferenças entre valores preditos e observados surgem exclusivamente devido a erros aleatórios dos valores observados. A FIGURA IV. 18 apresenta um gráfico de barras dos resíduos para facilitar a visualização e a comparação.

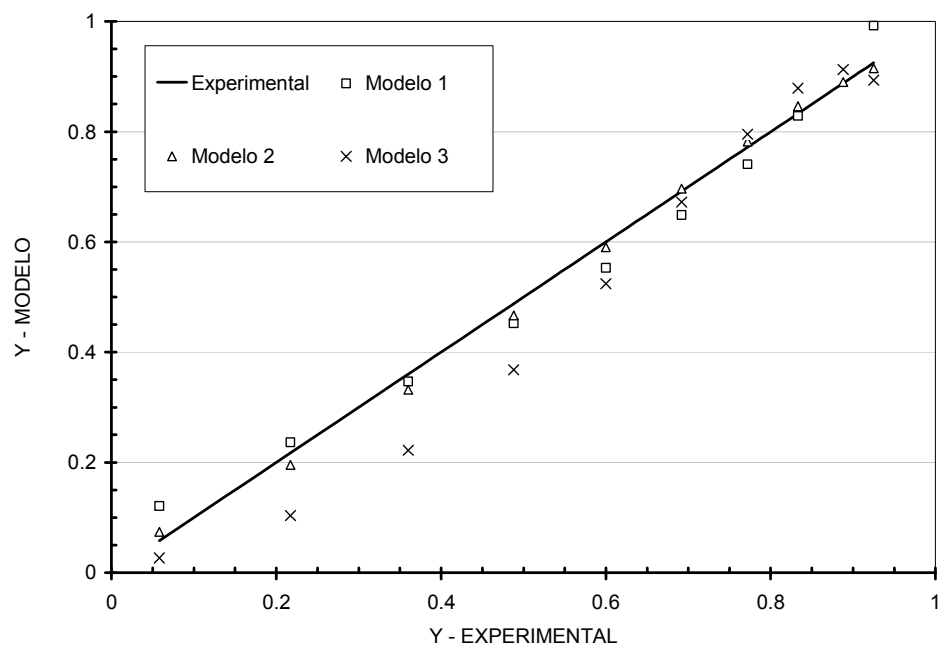


FIGURA IV. 16 – GRÁFICO DOS VALORES PREDITOS EM FUNÇÃO DOS VALORES OBSERVADOS: CONJUNTO DE DADOS 02 – ESTRATÉGIA 01

FONTE: O Autor, (2009)

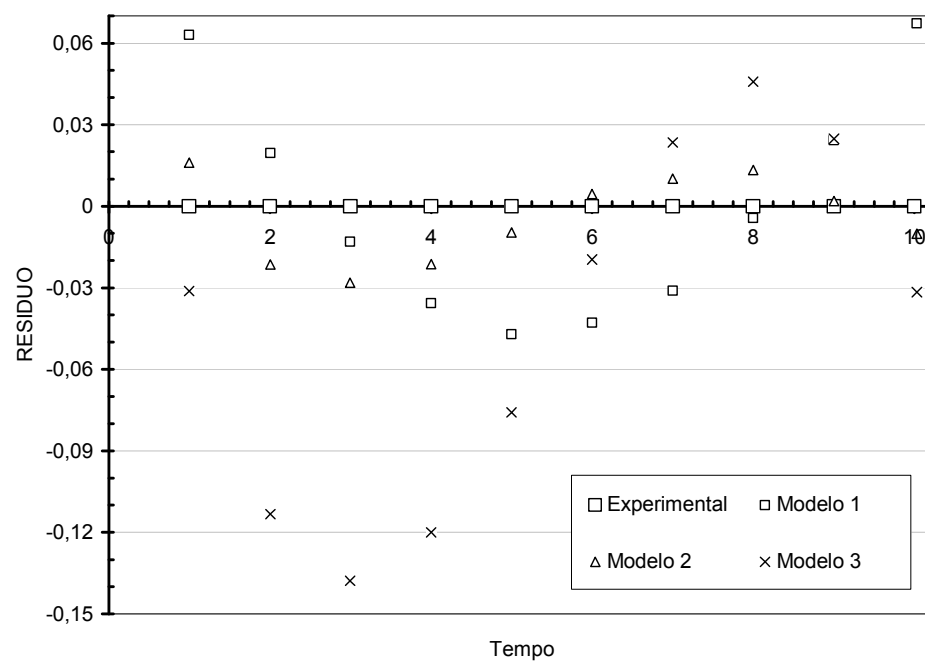


FIGURA IV. 17 – GRÁFICO DOS RESÍDUOS EM FUNÇÃO DO TEMPO: CONJUNTO DE DADOS 02–ESTRATÉGIA 01

FONTE: O Autor, (2009)

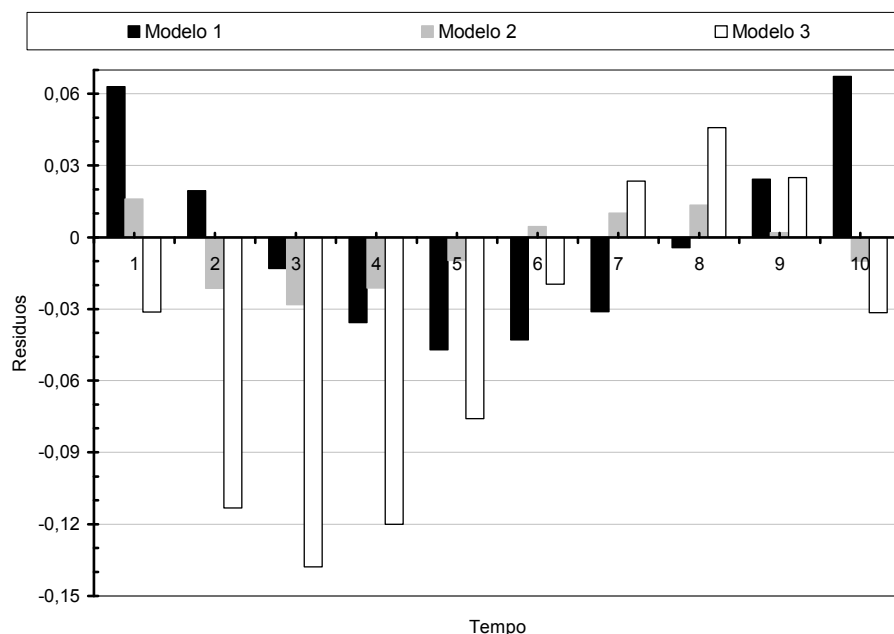


FIGURA IV. 18 – GRÁFICO DE BARRAS DOS RESÍDUOS EM FUNÇÃO DO TEMPO: CONJUNTO DE DADOS 02 – ESTRATÉGIA 01

FONTE: O Autor, (2009)

Como mencionado no Capítulo III, o diagnóstico gráfico somente permite conclusões de caráter qualitativo a respeito do modelo identificado. Desta forma, deve-se proceder o diagnóstico numérico, baseado no teste de χ^2_{RED} , no coeficiente de correção r , no teste de hipótese de média e variância. Além disso, a partir do erro paramétrico, é possível verificar a significância do parâmetro estimado.

O primeiro teste de diagnóstico da estimação é o cálculo do coeficiente de correlação r , cujos resultados são apresentados na TABELA IV. 18.

TABELA IV. 18 – RESULTADOS DO CÁLCULO DO COEFICIENTE DE CORRELAÇÃO: CONJUNTO DE DADOS 02 – ESTRATÉGIA 01

Tipo	Modelo 01	Modelo 02	Modelo 03
	Inteiro	Fracionário	Inteiro
F_{OBS}	$1,595 \cdot 10^{-2}$	$2,467 \cdot 10^{-3}$	$5,763 \cdot 10^{-2}$
\bar{y}_{OBS}		0,5833	
δ^2_{OBS}		0,08763	
\bar{y}_{PRED}	0,5833	0,5788	0,539773
δ^2_{PRED}	0,08586	0,09021	0,1163
$\delta^2_{OBS-PRED}$	0,08586	0,08879	0,09979
$r_{OBS-PRED}$	0,9898	0,9987	0,9887
$r^2_{OBS-PRED}$	0,9797	0,9974	0,9775

FONTE: O Autor, (2009)

Se for considerado que um valor de r^2 superior a 0,9 fornece um bom ajuste, todos os modelos podem ser considerados capazes de descrever os dados experimentais, o que, à primeira vista, pode não ser evidente a partir da observação da FIGURA IV. 15. Desta forma, pelo teste de r^2 todos os modelos são capazes de descrever os dados de maneira adequada.

O segundo teste de diagnóstico da estimação é o teste de hipótese de média e variância, no qual o conjunto de valores preditos por cada modelo será comparado ao conjunto de dados experimentais. Os resultados foram obtidos considerando níveis de confiança de 95% e 99%, sendo apresentados na TABELA IV. 19.

A partir dos resultados apresentados na TABELA IV. 19, verifica-se que os três modelos geraram um conjunto de dados que têm média e variância estatisticamente iguais ao conjunto de dados experimentais, considerando níveis de confiança de 95% e 99%.

O terceiro teste de diagnóstico da estimação é o teste de χ^2_{RED} , no qual o conjunto de valores preditos por cada modelo será comparado ao conjunto de dados experimentais. Os resultados foram obtidos considerando níveis de confiança de 95% e 99%, sendo apresentados na TABELA IV. 20. O teste foi realizado considerando a variância dos dados constantes e igual a $1,5 \cdot 10^{-4}$. Pelo teste de χ^2_{RED} , verifica-se que apenas o Modelo 02 satisfaz o critério para 95% de confiança. Infere-se da análise ainda a importância de conduzir todos os diagnósticos numéricos, pois o Modelo 03 satisfaz o critérios de r^2 e dos testes de hipótese de média e variância. Em função dos diagnósticos, o modelo fracionário é o que melhor representa o conjunto de dados, apesar de não ser um modelo ideal.

TABELA IV. 19 – RESULTADOS DO TESTE DE HIPÓTESES: CONJUNTO DE DADOS 02 – ESTRATÉGIA 01

Tipo	Modelo 01	Modelo 02	Modelo 03
	Inteiro	Fracionário	Inteiro
F_{OBJ}	$1,595 \cdot 10^{-2}$	$2,467 \cdot 10^{-3}$	$5,763 \cdot 10^{-2}$
NE		10	
\bar{y}_{OBS}		0,5833	
δ^2_{OBS}		0,08763	
\bar{y}_{PRED}	0,5833	0,5788	0,539773
δ^2_{PRED}	0,08586	0,09021	0,1163
$F_{EXPERIMENTAL}$	1,0206	1,0294	1,3265
Nível de Confiança : 95%			
$F_{TEÓRICO}$		4,026	
Teste de Variância		$F_{EXPERIMENTAL} < F_{TEÓRICO} ?$	
Resultado	$\delta^2_{OBS} = \delta^2_{PRED}$	$\delta^2_{OBS} = \delta^2_{PRED}$	$\delta^2_{OBS} = \delta^2_{PRED}$
$t_{EXPERIMENTAL}$	0,0005	0,03361	0,3048
$t_{CRÍTICO}$		2,10	
Teste de Média		$t_{EXPERIMENTAL} < t_{CRÍTICO} ?$	
Resultado	$\bar{y}_{OBS} = \bar{y}_{PRED}$	$\bar{y}_{OBS} = \bar{y}_{PRED}$	$\bar{y}_{OBS} = \bar{y}_{PRED}$
Nível de Confiança : 99%			
$F_{TEÓRICO}$		6,54	
Teste de Variância		$F_{EXPERIMENTAL} < F_{TEÓRICO} ?$	
Resultado	$\delta^2_{OBS} = \delta^2_{PRED}$	$\delta^2_{OBS} = \delta^2_{PRED}$	$\delta^2_{OBS} = \delta^2_{PRED}$
$t_{EXPERIMENTAL}$	0,0005	0,03361	0,3048
$t_{CRÍTICO}$		2,878	
Teste de Média		$t_{EXPERIMENTAL} < t_{CRÍTICO} ?$	
Resultado	$\bar{y}_{OBS} = \bar{y}_{PRED}$	$\bar{y}_{OBS} = \bar{y}_{PRED}$	$\bar{y}_{OBS} = \bar{y}_{PRED}$

FONTE: O Autor, (2009)

Por fim, deve ser calculada a variância paramétrica. Serão calculados os erros dos parâmetros apenas do Modelo 02, que foi o que melhor descreveu os dados experimentais, apesar de ter falhado no teste de χ^2_{RED} . Seguindo o procedimento anteriormente utilizado, a TABELA IV. 21 apresenta os resultados obtidos. Observa-se que os parâmetros são significativos, uma vez todos possuem valor de erro menor que o valor do próprio parâmetro

TABELA IV. 20 – RESULTADOS DO TESTE DE χ^2_{RED} : CONJUNTO DE DADOS 02 – ESTRATÉGIA 01

Tipo	Modelo 01	Modelo 02	Modelo 03
	Inteiro	Fracionário	Inteiro
$FOBJ$	$1,595 \cdot 10^{-2}$	$2,467 \cdot 10^{-3}$	$5,763 \cdot 10^{-2}$
NE		10	
NP	2	3	2
\bar{y}_{OBS}		0,5833	
δ^2_{OBS}		0,08764	
χ^2_{RED}	13,29	2,34	48,03
Nível de Confiança : 95%			
χ^2_{RED} inferior	0,206	0,177	0,206
χ^2_{RED} superior	2,511	2,64	2,511
Teste de χ^2_{RED}	$\chi^2_{RED} inferior < \chi^2_{RED} < \chi^2_{RED} superior$?		
Resultado	Não : Ajuste Ruim	Sim : Ajuste Bom	Não : Ajuste Ruim
Nível de Confiança : 99%			
χ^2_{RED} inferior	0,341	0,31	0,341
χ^2_{RED} superior	1,939	2,01	1,939
Teste de χ^2_{RED}	$\chi^2_{RED} inferior < \chi^2_{RED} < \chi^2_{RED} superior$?		
Resultado	Não : Ajuste Ruim	Não : Ajuste Ruim	Não : Ajuste Ruim

FONTE: O Autor, (2009)

TABELA IV. 21 – RESULTADOS DA VARIÂNCIA PARAMÉTRICA: CONJUNTO DE DADOS 02 – ESTRATÉGIA 01

Tipo	Modelo 02		
	Fracionário		
Parâmetros	Valor	Variância	Desvio Padrão
α	1,4836	$7,87 \cdot 10^{-3}$	$8,87 \cdot 10^{-2}$
a	9,9434	$7,38 \cdot 10^{-5}$	$8,59 \cdot 10^{-3}$
b	1,3901	$5,54 \cdot 10^{-3}$	$7,44 \cdot 10^{-2}$
$FOBJ$		$2,467 \cdot 10^{-3}$	

FONTE: O Autor, (2009)

3.2 – ESTIMAÇÃO USANDO A ESTRATÉGIA 02.

A estimação usando a estratégia 02 consiste em considerar a estimação como um problema de otimização e utilizar técnicas determinísticas para a minimização da função objetivo. Como para o conjunto 01, diversas estimativas iniciais para cada modelo foram testadas, e os valores listados na TABELA IV. 22 são os que apresentaram os melhores valores para $FOBJ$.

TABELA IV. 22 – RESULTADOS DA ESTIMAÇÃO: CONJUNTO DE DADOS 02 – ESTRATÉGIA 02

Tipo	Modelo 01		Modelo 02		Modelo 03	
	Inteiro		Fracionário		Inteiro	
Parâmetros	Estimativa Inicial	Valor Final	Estimativa Inicial	Valor Final	Estimativa Inicial	Valor Final
α	–	1	1,0	1,388	–	2
a	3,5	0,0849	3,5	8,929	17,0	16,304
b	2,0	1,7042	1,0	1,273	5,0	2,198
FOB_j	$1,1 \cdot 10^{-2}$		$1,19 \cdot 10^{-3}$		$4,61 \cdot 10^{-2}$	

FONTE: O Autor, (2009)

Comparando-se os resultados da TABELA IV. 22 com os resultados da TABELA IV. 17, verifica-se que a estratégia 02 leva a estimação de melhores parâmetros, haja vista o valor de FOB_j . De forma similar à estratégia 01, o melhor modelo identificado foi o Modelo 02, tendo em vista a provável capacidade de melhor descrever sistemas com tempo morto apresentada por derivadas fracionárias.

A FIGURA IV. 19 apresenta o gráfico dos valores preditos pelos modelos em função do tempo o que permite uma comparação visual dos modelos entre si e dos modelos com os dados experimentais. Em função do valor de FOB_j , verifica-se uma proximidade entre o Modelo 01 e o Modelo 02, no entanto o Modelo 02 apresenta mais predições dentro da faixa de erros experimentais do que o Modelo 01.

Por outro lado observa-se que, qualitativamente, o Modelo 03 não é adequado para descrição dos dados experimentais. A FIGURA IV. 20 também é utilizada para diagnóstico gráfico da estimação apresentando valores preditos em função dos observados. Verifica-se, como esperado, que as predições do Modelo 01 e do Modelo 02 encontram-se próximas da reta com inclinação de 45° que passa pela origem. Verifica-se que as predições do Modelo 03 não são adequadas, como esperado pelo valor de FOB_j e pela disposição não-linear e afastada dos pontos preditos em relação aos dados experimentais.

Por fim, a análise gráfica de resíduos é de fundamental importância para o diagnóstico do ajuste. A partir da FIGURA IV. 21 e da FIGURA IV. 22, verifica-se que os resíduos do Modelo 02 são próximos de zero e aleatoriamente distribuídos, o que evidência um bom ajuste, diferentemente do Modelo 01 e do Modelo 03. Este fato também foi verificado com as estimações obtidas pela estratégia 01. A FIGURA IV. 22 apresenta um gráfico de barras dos resíduos para facilitar a visualização e a comparação.

Similarmente à estratégia 01, será realizado o diagnóstico numérico baseado no teste de χ^2_{RED} , no coeficiente de correção r e no teste de hipótese de média e variância para os modelos identificados usando a estratégia 02. O primeiro teste de diagnóstico da estimação é o cálculo do coeficiente de correlação r , cujos resultados são apresentados na TABELA IV. 23.

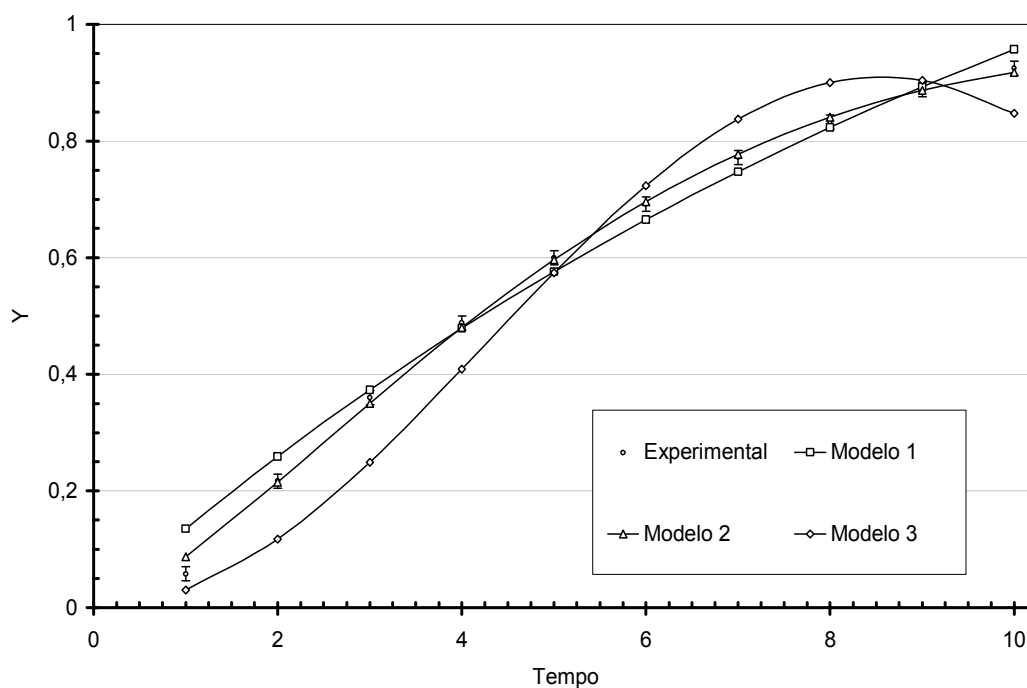


FIGURA IV. 19– GRÁFICO DOS VALORES PREDITOS EM FUNÇÃO DO TEMPO: CONJUNTO DE DADOS 02 – ESTRATÉGIA 02

FONTE: O Autor, (2009)

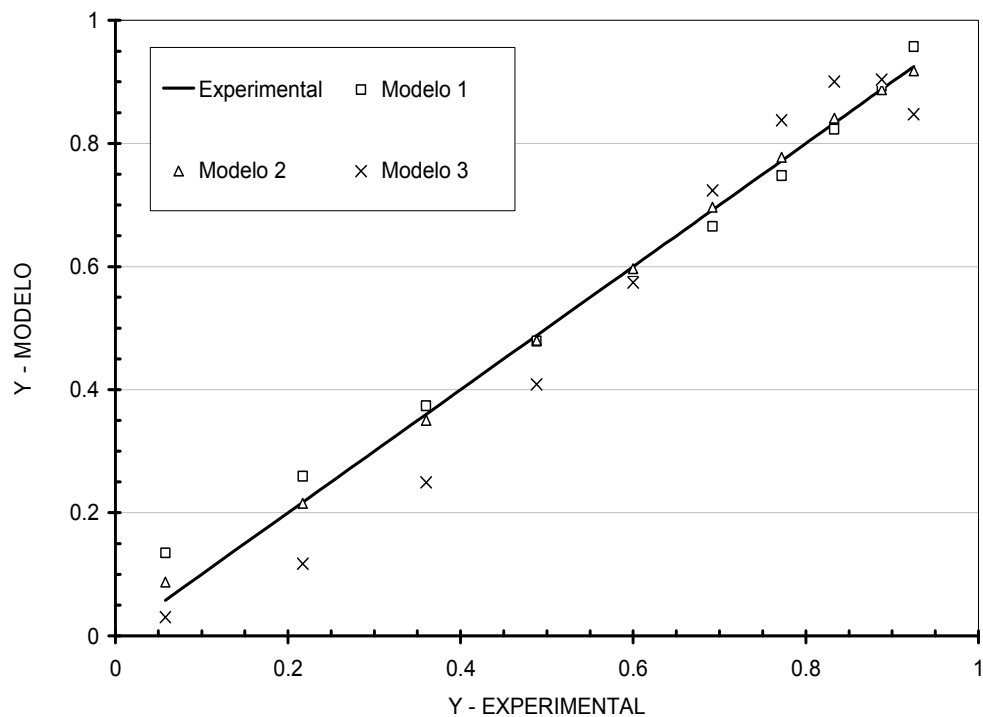


FIGURA IV. 20 – GRÁFICO DOS VALORES PREDITOS EM FUNÇÃO DOS VALORES OBSERVADOS:
CONJUNTO DE DADOS 02 – ESTRATÉGIA 02

FONTE: O Autor, (2009)

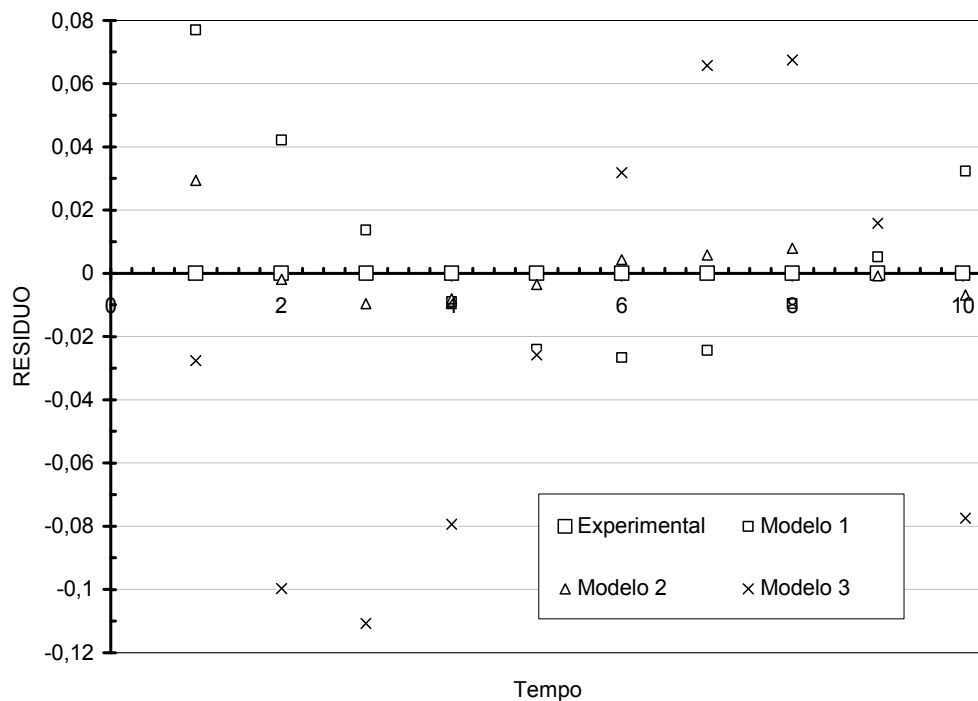


FIGURA IV. 21 – GRÁFICO DOS RESÍDUOS EM FUNÇÃO DO TEMPO: CONJUNTO DE DADOS 02
– ESTRATÉGIA 02

FONTE: O Autor, (2009)

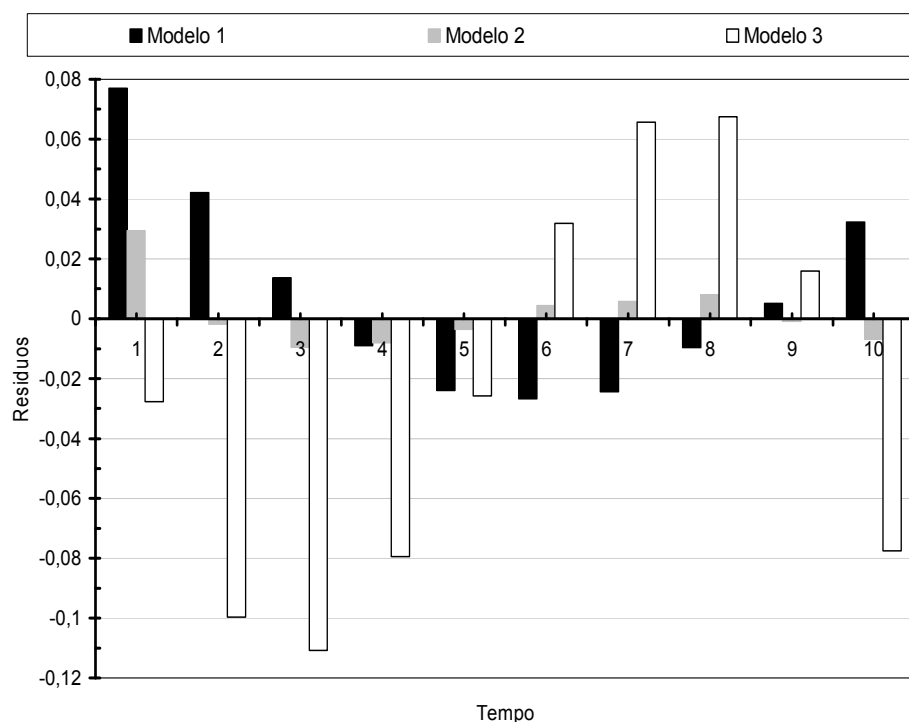


FIGURA IV. 22 – GRÁFICO DE BARRAS DOS RESÍDUOS EM FUNÇÃO DO TEMPO: CONJUNTO DE DADOS 02 – ESTRATÉGIA 02

FONTE: O Autor, (2009)

O segundo teste de diagnóstico da estimação é o teste de hipótese de média e variância, no qual o conjunto de valores preditos por cada modelo será comparado ao conjunto de dados experimentais. Os resultados foram obtidos considerando níveis de confiança de 95% e 99%, sendo apresentados na TABELA IV. 24. A partir dos resultados apresentados, verifica-se que os três modelos geraram um conjunto de dados que tem média e variância estatisticamente iguais ao conjunto de dados experimentais, considerando níveis de confiança de 95% e 99%.

TABELA IV. 23 – RESULTADOS DO CÁLCULO DO COEFICIENTE DE CORRELAÇÃO: CONJUNTO DE DADOS 02 – ESTRATÉGIA 02

Tipo	Modelo 01	Modelo 02	Modelo 03
	Inteiro	Fracionário	Inteiro
\overline{FOBJ}	$1,1 \cdot 10^{-2}$	$1,19 \cdot 10^{-3}$	$4,61 \cdot 10^{-2}$
\overline{y}_{OBS}		0,5833	
δ^2_{OBS}		0,08763	
\overline{y}_{PRED}	0,59097	0,58498	0,5593
δ^2_{PRED}	0,07640	0,08532	0,1130
$\delta^2_{OBS-PRED}$	0,08144	0,08641	0,09808
$r_{OBS-PRED}$	0,995	0,999	0,986
$r^2_{OBS-PRED}$	0,991	0,999	0,971

FONTE: O Autor, (2009)

A partir dos resultados, verifica-se que o Modelo 01 e o Modelo 02 apresentam praticamente o mesmo valor de r , com uma pequeníssima melhora do Modelo 02. Como ambos os valores de r e r^2 são muito próximos de 1, o ajuste pode ser considerado ótimo. O Modelo 03 também pode ser considerado capaz de descrever os dados experimentais, tendo em vista o fato de r^2 ser maior que 0,9.

TABELA IV. 24 – RESULTADOS DO TESTE DE HIPÓTESES: CONJUNTO DE DADOS 02 – ESTRATÉGIA 02

Tipo	Modelo 01	Modelo 02	Modelo 03
	Inteiro	Fracionário	Inteiro
F_{OBS}	$1,1 \cdot 10^{-2}$	$1,19 \cdot 10^{-3}$	$4,61 \cdot 10^{-2}$
NE		10	
\bar{y}_{OBS}		0,5833	
δ^2_{OBS}		0,08763	
\bar{y}_{PRED}	0,59097	0,58498	0,5593
δ^2_{PRED}	0,07640	0,08532	0,1130
$F_{EXPERIMENTAL}$	1,1470	1,0271	1,2895
Nível de Confiança : 95%			
$F_{TEÓRICO}$		4,026	
Teste de Variância		$F_{EXPERIMENTAL} < F_{TEÓRICO} ?$	
Resultado	$\delta^2_{OBS} = \delta^2_{PRED}$	$\delta^2_{OBS} = \delta^2_{PRED}$	$\delta^2_{OBS} = \delta^2_{PRED}$
$t_{EXPERIMENTAL}$	0,05989	0,01277	0,1695
$t_{CRÍTICO}$		2,10	
Teste de Média		$t_{EXPERIMENTAL} < t_{CRÍTICO} ?$	
Resultado	$\bar{y}_{OBS} = \bar{y}_{PRED}$	$\bar{y}_{OBS} = \bar{y}_{PRED}$	$\bar{y}_{OBS} = \bar{y}_{PRED}$
Nível de Confiança : 99%			
$F_{TEÓRICO}$		6,54	
Teste de Variância		$F_{EXPERIMENTAL} < F_{TEÓRICO} ?$	
Resultado	$\delta^2_{OBS} = \delta^2_{PRED}$	$\delta^2_{OBS} = \delta^2_{PRED}$	$\delta^2_{OBS} = \delta^2_{PRED}$
$t_{EXPERIMENTAL}$	0,05989	0,01277	0,1695
$t_{CRÍTICO}$		2,878	
Teste de Média		$t_{EXPERIMENTAL} < t_{CRÍTICO} ?$	
Resultado	$\bar{y}_{OBS} = \bar{y}_{PRED}$	$\bar{y}_{OBS} = \bar{y}_{PRED}$	$\bar{y}_{OBS} = \bar{y}_{PRED}$

FONTE: O Autor, (2009)

O terceiro teste de diagnóstico da estimação é o teste de χ^2_{RED} , no qual o conjunto de valores preditos por cada modelo será comparado ao conjunto de dados

experimentais. Os resultados foram obtidos considerando níveis de confiança de 95% e 99%, sendo apresentados na TABELA IV. 25.

O teste foi realizado considerando a variância dos dados constantes e igual a $1,5 \cdot 10^{-4}$. Pelo teste de χ^2_{RED} , verifica-se que o modelo 02 satisfaz o teste de χ^2_{RED} para os dois níveis de confiança considerados. Em função do diagnóstico, o modelo fracionário pode ser considerado como o que melhor representa o conjunto de dados.

TABELA IV. 25 – RESULTADOS DO TESTE DE χ^2_{RED} : CONJUNTO DE DADOS 02 – ESTRATÉGIA 02

Tipo	Modelo 01	Modelo 02	Modelo 03
	Inteiro	Fracionário	Inteiro
$FOBJ$	$1,1 \cdot 10^{-2}$	$1,19 \cdot 10^{-3}$	$4,61 \cdot 10^{-2}$
NE		10	
NP	2	3	2
\bar{y}_{OBS}		0,5833	
δ^2_{OBS}		0,08763	
χ^2_{RED}	9,18	1,14	38,42
Nível de Confiança : 95%			
$\chi^2_{RED} inferior$	0,206	0,177	0,206
$\chi^2_{RED} superior$	2,511	2,64	2,511
Teste de χ^2_{RED}	$\chi^2_{RED} inferior < \chi^2_{RED} < \chi^2_{RED} superior$?		
Resultado	Não : Ajuste Ruim	Sim : Ajuste Bom	Não : Ajuste Ruim
Nível de Confiança : 99%			
$\chi^2_{RED} inferior$	0,341	0,31	0,341
$\chi^2_{RED} superior$	1,939	2,01	1,939
Teste de χ^2_{RED}	$\chi^2_{RED} inferior < \chi^2_{RED} < \chi^2_{RED} superior$?		
Resultado	Não : Ajuste Ruim	Sim : Ajuste Bom	Não : Ajuste Ruim

FONTE: O Autor, (2009)

Por fim, deve ser calculada a variância paramétrica. Serão calculados os erros dos parâmetros apenas do Modelo 02 que foi o que melhor representa o conjunto de dados experimentais. Considerando a variância e o procedimento descritos anteriormente, a TABELA IV. 26 apresenta os resultados obtidos. Observa-se que os parâmetros são significativos, uma vez todos possuem valor de erro menor que o valor do próprio parâmetro.

TABELA IV. 26 – RESULTADOS DA VARIÂNCIA PARAMÉTRICA: CONJUNTO DE DADOS 02 – ESTRATÉGIA 02

Tipo	Modelo 02		
	Fracionário		
Parâmetros	Valor	Variância	Desvio Padrão
α	1,388	$8,51 \cdot 10^{-3}$	$9,23 \cdot 10^{-2}$
a	8,929	$1,42 \cdot 10^{-4}$	$1,19 \cdot 10^{-2}$
b	1,273	$3,01 \cdot 10^{-3}$	$5,49 \cdot 10^{-2}$
$FOBJ$		$1,19 \cdot 10^{-3}$	

FONTE: O Autor, (2009)

3.3 – ESTIMAÇÃO USANDO A ESTRATÉGIA 03.

A estimação usando a estratégia 03 consiste em considerar a estimação como um problema de otimização e utilizar técnicas heurísticas para a minimização da função objetivo. Como mencionado, foi utilizada a técnica de algoritmos genéticos. Os modelos utilizados para estimação usando a estratégia 03 foram iguais aos utilizados para estratégias anteriores. Em todas as simulações foram utilizados os mesmos parâmetros do método de otimização que foram utilizados para a identificação do conjunto de dados 01. A TABELA IV. 27 apresenta as condições iniciais base utilizadas, bem como os melhores parâmetros estimados e os respectivos valores para $FOBJ$.

TABELA IV. 27 – RESULTADOS DA ESTIMAÇÃO: CONJUNTO DE DADOS 02 – ESTRATÉGIA 03

Tipo	Modelo 01		Modelo 02		Modelo 03	
	Inteiro		Fracionário		Inteiro	
Parâmetros	Estimativa Inicial Base	Valor Final	Estimativa Inicial Base	Valor Final	Estimativa Inicial Base	Valor Final
α	–	1	1,0	1,3744	–	2
a	5,0	0,07963	3,5	8,7914	17,0	16,3034
b	1,5	5,9724	1,0	1,2508	5,0	2,2063
$FOBJ$		$1,99 \cdot 10^{-2}$		$1,24 \cdot 10^{-3}$		$4,62 \cdot 10^{-2}$

FONTE: O Autor, (2009)

Observa-se que o Modelo 02 (fracionário) obteve o melhor valor de $FOBJ$ e o Modelo 03, pode ser considerado o pior. Comparando-se os resultados da TABELA IV. 27 com os resultados da TABELA IV. 17 e da TABELA IV. 22, verifica-se que a estratégia 03 leva a estimação de piores parâmetros para o Modelo 01 e para o Modelo 02, haja vista o valor de $FOBJ$. Isso provavelmente ocorreu devido à baixa

quantidade de gerações e indivíduos, como observado para o conjunto de dados 01. Deve-se ressaltar que a melhor aplicabilidade da estratégia 03 pode ser considerada a geração de condições iniciais para a estratégia 02, que é o método de otimização determinístico.

A FIGURA IV. 23 apresenta o gráfico dos valores preditos pelos modelos em função do tempo o que permite uma comparação visual entre os modelos e dos modelos com os dados experimentais. Em função do valor de $FOBJ$, verifica-se uma proximidade entre o Modelo 01 e os dados experimentais, o que, em uma primeira análise, evidencia um ajuste razoável. No entanto, deve ser feito o diagnóstico numérico da estimação dos parâmetros, para que se possa decidir pelo melhor modelo. Por outro lado, observa-se que, qualitativamente, Modelo 03 não é adequado para descrição dos dados experimentais.

A

FIGURA IV. 24 também é utilizada para diagnóstico gráfico da estimação apresentando valores preditos em função dos observados. Verifica-se, como esperado, que as predições do Modelo 01 encontram-se próximas da reta com inclinação de 45° que passa pela origem, e que as predições iniciais do Modelo 01 não são boas, tendo em vista o afastamento dos valores preditos da reta de referência. Verifica-se que as predições do Modelo 03 não são adequadas, como esperado pelo valor de $FOBJ$, de acordo com justificativa previamente apresentada para o conjunto de dados 01.

Por fim, a análise gráfica de resíduos é de fundamental importância para o diagnóstico do ajuste. A partir da FIGURA IV. 25 e da FIGURA IV. 26, verifica-se que os resíduos do Modelo 02 são próximos de zero, o que evidencia um bom ajuste, diferentemente do Modelo 01 e do Modelo 03. Este fato também foi verificado para o Modelo 02 com as estimações obtidas pela estratégia 01 e pela estratégia 02. Deve ser observada a tendência linear dos resíduos para as predições do Modelo 01, ressaltando a dificuldade do modelo na predição dos dados iniciais, provavelmente em função do possível tempo morto. A FIGURA IV. 26 apresenta um gráfico de barras dos resíduos para facilitar a visualização e a comparação.

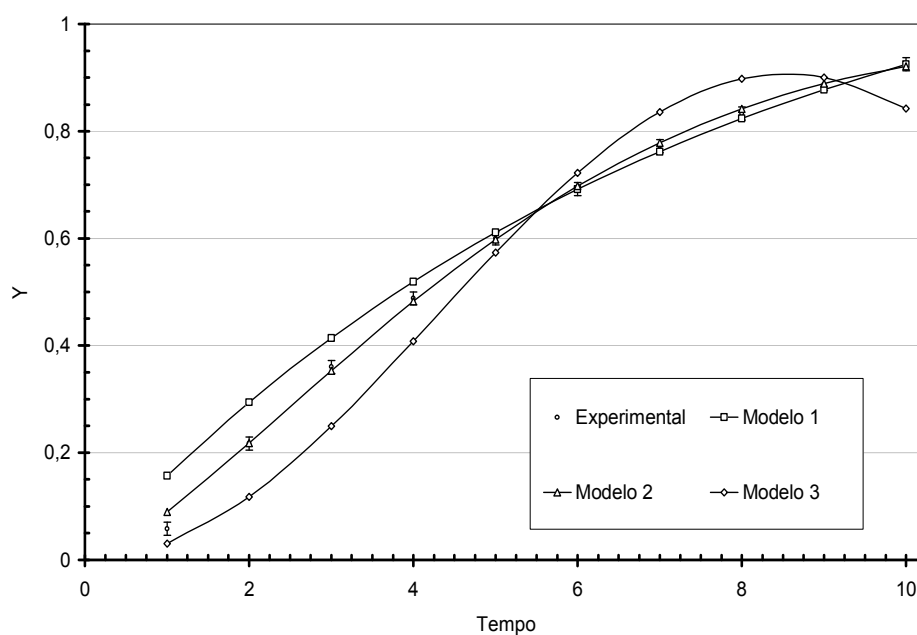


FIGURA IV. 23 - GRÁFICO DOS VALORES PREDITOS EM FUNÇÃO DO TEMPO: CONJUNTO DE DADOS 02 – ESTRATÉGIA 03
 FONTE: O Autor, (2009)

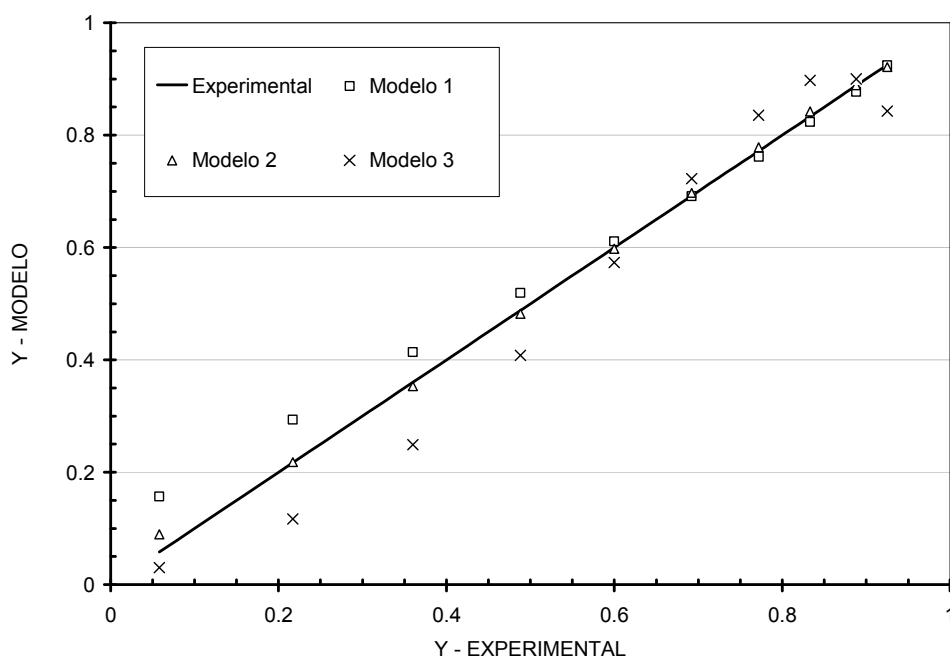


FIGURA IV. 24 – GRÁFICO DOS VALORES PREDITOS EM FUNÇÃO DOS VALORES OBSERVADOS: CONJUNTO DE DADOS 02 – ESTRATÉGIA 03
 FONTE: O Autor, (2009)

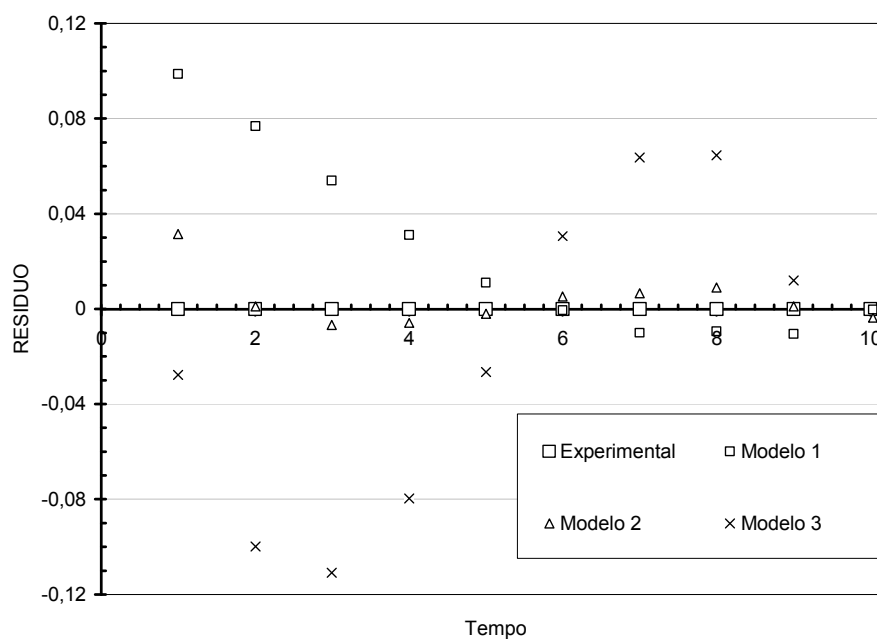


FIGURA IV. 25 – GRÁFICO DOS RESÍDUOS EM FUNÇÃO DO TEMPO: CONJUNTO DE DADOS 02 – ESTRATÉGIA 03

FONTE: O Autor, (2009)

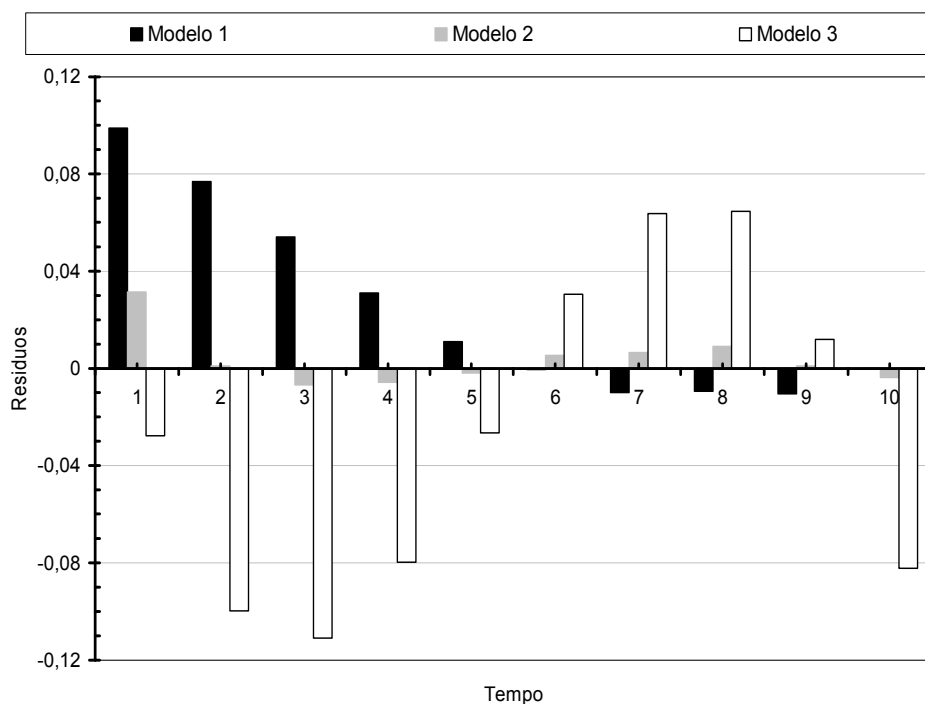


FIGURA IV. 26 – GRÁFICO DE BARRAS DOS RESÍDUOS EM FUNÇÃO DO TEMPO: CONJUNTO DE DADOS 02 – ESTRATÉGIA 03

FONTE: O Autor, (2009)

Similarmente à estratégia 01 e à estratégia 02, foi realizado o diagnóstico numérico baseado no teste de χ^2_{RED} , no coeficiente de correção r e no teste de hipótese de média e variância para os modelos identificados usando a estratégia 02.

O primeiro teste de diagnóstico da estimação é o cálculo do coeficiente de correlação r , cujos resultados são apresentados na TABELA IV. 28.

TABELA IV. 28 – RESULTADOS DO CÁLCULO DO COEFICIENTE DE CORRELAÇÃO: CONJUNTO DE DADOS 02 – ESTRATÉGIA 03

Tipo	Modelo 01	Modelo 02	Modelo 03
	Inteiro	Fracionário	Inteiro
$\overline{y_{OBS}}$	$1,99 \cdot 10^{-2}$	$1,24 \cdot 10^{-3}$	$4,62 \cdot 10^{-2}$
δ^2_{OBS}		0,5833	
$\overline{y_{PRED}}$	0,6074	0,5869	0,5571
δ^2_{PRED}	0,06644	0,08513	0,1120
$\delta^2_{OBS-PRED}$	0,07625	0,08632	0,09764
$r_{OBS-PRED}$	0,999	0,999	0,985
$r^2_{OBS-PRED}$	0,999	0,999	0,970

FONTE: O Autor, (2009)

A partir dos resultados, verifica-se que o Modelo 01 e o Modelo 02 apresentam praticamente o mesmo valor de r^2 . Como ambos os valores de r e r^2 são muito próximos de 1, o ajuste pode ser considerado ótimo. O Modelo 03 também pode ser considerado capaz de descrever os dados experimentais, tendo em vista o fato de r^2 ser maior que 0,9. Desta forma, pelo teste de r^2 , todos os modelos são capazes de descrever os dados experimentais.

O segundo teste de diagnóstico da estimação é o teste de hipótese de média e variância, no qual o conjunto de valores preditos por cada modelo será comparado ao conjunto de dados experimentais. Os resultados foram obtidos considerando níveis de confiança de 95% e 99%, sendo apresentados na TABELA IV. 29.

TABELA IV. 29 – RESULTADOS DO TESTE DE HIPÓTESES: CONJUNTO DE DADOS 02 – ESTRATÉGIA 03

Tipo	Modelo 01	Modelo 02	Modelo 03
	Inteiro	Fracionário	Inteiro
F_{OBS}	$1,99 \cdot 10^{-2}$	$1,24 \cdot 10^{-3}$	$4,62 \cdot 10^{-2}$
NE		10	
\bar{y}_{OBS}		0,5833	
δ^2_{OBS}		0,08763	
\bar{y}_{PRED}	0,6074	0,5869	0,5571
δ^2_{PRED}	0,06644	0,08513	0,1120
$F_{EXPERIMENTAL}$	1,31	1,03	1,28
Nível de Confiança : 95%			
$F_{TEÓRICO}$		4,026	
Teste de Variância		$F_{EXPERIMENTAL} < F_{TEÓRICO} ?$	
Resultado	$\delta^2_{OBS} = \delta^2_{PRED}$	$\delta^2_{OBS} = \delta^2_{PRED}$	$\delta^2_{OBS} = \delta^2_{PRED}$
$t_{EXPERIMENTAL}$	0,19	0,0275	0,181
$t_{CRÍTICO}$		2,10	
Teste de Média		$t_{EXPERIMENTAL} < t_{CRÍTICO} ?$	
Resultado	$\bar{y}_{OBS} = \bar{y}_{PRED}$	$\bar{y}_{OBS} = \bar{y}_{PRED}$	$\bar{y}_{OBS} = \bar{y}_{PRED}$
Nível de Confiança : 99%			
$F_{TEÓRICO}$		6,54	
Teste de Variância		$F_{EXPERIMENTAL} < F_{TEÓRICO} ?$	
Resultado	$\delta^2_{OBS} = \delta^2_{PRED}$	$\delta^2_{OBS} = \delta^2_{PRED}$	$\delta^2_{OBS} = \delta^2_{PRED}$
$t_{EXPERIMENTAL}$	0,19	0,0275	0,181
$t_{CRÍTICO}$		2,878	
Teste de Média		$t_{EXPERIMENTAL} < t_{CRÍTICO} ?$	
Resultado	$\bar{y}_{OBS} = \bar{y}_{PRED}$	$\bar{y}_{OBS} = \bar{y}_{PRED}$	$\bar{y}_{OBS} = \bar{y}_{PRED}$

FONTE: O Autor, (2009)

A partir dos resultados obtidos, verifica-se que os três modelos geraram um conjunto de dados que tem média e variância estatisticamente iguais ao conjunto de dados experimentais, considerando níveis de confiança de 95% e 99%.

O terceiro teste de diagnóstico da estimação é o teste de χ^2_{RED} , no qual o conjunto de valores preditos por cada modelo será comparado ao conjunto de dados experimentais. Os resultados foram obtidos considerando níveis de confiança de 95% e 99%, sendo apresentados na TABELA IV. 30. Utilizando procedimento e variância previamente apresentados, apenas o Modelo 02 satisfaz o critério de χ^2_{RED} para os

dois níveis de confiança considerados. Em função dos diagnósticos, o modelo fracionário é o que melhor representa o conjunto de dados.

TABELA IV. 30 – RESULTADOS DO TESTE DE χ^2_{RED} : CONJUNTO DE DADOS 02– ESTRATÉGIA 03

Tipo	Modelo 01	Modelo 02	Modelo 03
	Inteiro	Fracionário	Inteiro
FOBJ	$1,99 \cdot 10^{-2}$	$1,24 \cdot 10^{-3}$	$4,62 \cdot 10^{-2}$
NE		10	
NP	2	3	2
\bar{y}_{OBS}		0,5833	
δ^2_{OBS}		0,08763	
χ^2_{RED}	16,65	1,19	38,46
Nível de Confiança : 95%			
χ^2_{RED} inferior	0,206	0,177	0,206
χ^2_{RED} superior	2,511	2,64	2,511
Teste de χ^2_{RED}	χ^2_{RED} inferior < χ^2_{RED} < χ^2_{RED} superior ?		
Resultado	Não : Ajuste Ruim	Sim : Ajuste Bom	Não : Ajuste Ruim
Nível de Confiança : 99%			
χ^2_{RED} inferior	0,341	0,31	0,341
χ^2_{RED} superior	1,939	2,01	1,939
Teste de χ^2_{RED}	χ^2_{RED} inferior < χ^2_{RED} < χ^2_{RED} superior ?		
Resultado	Não : Ajuste Ruim	Sim : Ajuste Bom	Não : Ajuste Ruim

FONTE: O Autor, (2009)

Por fim, deve ser calculada a variância paramétrica. Serão calculados os erros dos parâmetros apenas do Modelo 02 que foi o único que satisfaz todos os critérios de avaliação estatística da identificação. A partir do procedimento indicado no Capítulo III, considerando variância experimental constante e igual a $1,5 \cdot 10^{-4}$, a TABELA IV. 31 apresenta os resultados obtidos. Observa-se que os parâmetros são significativos, uma vez que todos possuem valor de erro menor que o valor do próprio parâmetro.

TABELA IV. 31 – RESULTADOS DA VARIÂNCIA PARAMÉTRICA: CONJUNTO DE DADOS 02 – ESTRATÉGIA 03

Tipo	Modelo 02		
	Fracionário		
Parâmetros	Valor	Variância	Desvio Padrão
α	1,3744	$8,53 \cdot 10^{-3}$	$9,24 \cdot 10^{-2}$
a	8,7914	$1,55 \cdot 10^{-4}$	$1,24 \cdot 10^{-2}$
b	1,2508	$2,63 \cdot 10^{-3}$	$5,13 \cdot 10^{-2}$
FOBJ		$1,24 \cdot 10^{-3}$	

FONTE: O Autor, (2009)

3.4 – COMPARAÇÃO ENTRE AS ESTRATÉGIAS – CONJUNTO 02

A TABELA IV. 32 apresenta os valores dos parâmetros estimados para cada um dos modelos utilizando as três estratégias propostas. Constata-se, ao se analisar as diferentes estratégias, que a estratégia 03 possui mais condições iniciais, devido ao grande número de indivíduos gerados, e que a propriedade da mutação pode evitar que a busca caia em um mínimo local. Uma vez que as pequenas flutuações ao redor do ponto de busca, causadas pelas propriedades da mutação e do cruzamento, são capazes de eliminar a estagnação em um ponto de mínimo local, a técnica torna-se bastante útil na estimação de parâmetros. No entanto, devido ao fato de a técnica de algoritmos genéticos não fazer uso de gradientes para direcionar a busca, seu resultado final pode não ser o mínimo global da função objetivo. Isto pode ocorrer quando o número de indivíduos para cada geração for insuficiente para a busca, e também quando os parâmetros PCRUZA e PMUTA não forem otimizados. Desta forma, uma busca pelos melhores parâmetros para a técnica de algoritmos genéticos é sugerida, muito porém este não é o foco do trabalho.

Considerando os argumentos acima reportados, verifica-se que a situação ideal é utilizar a estratégia 03 para fornecer estimativas iniciais adequadas tanto para a estratégia 01 como para a estratégia 02, ou então otimizar os parâmetros da técnica de algoritmos genéticos utilizada na estratégia 03. A escolha entre as estratégias 01 e 02 deve ser feita de acordo com a diferenciabilidade e as características da derivada da função objetivo. Deste modo, para os estudos de controle serão utilizados os modelos identificados pela estratégia 02.

TABELA IV. 32 – RESUMO DOS PARÂMETROS ESTIMADOS: CONJUNTO DE DADOS 02

Tipo	Modelo 01 – Inteiro			Modelo 02 – Fracionário			Modelo 03 – Inteiro		
	Estratégia								
Parâmetros	01	02	03	01	02	03	01	02	03
α	1	1	1	1,483	1,388	1,374	2	2	2
a	0,04622	0,0849	0,07963	9,943	8,929	8,791	18,526	16,304	16,303
b	2,6902	1,7042	5,9724	1,390	1,273	1,250	2,189	2,198	2,206
FOBJ	$1.6 \cdot 10^{-2}$	$1.1 \cdot 10^{-2}$	$1.9 \cdot 10^{-2}$	$2.5 \cdot 10^{-3}$	$1.2 \cdot 10^{-3}$	$1.3 \cdot 10^{-3}$	$5.8 \cdot 10^{-2}$	$4.6 \cdot 10^{-2}$	$4.6 \cdot 10^{-2}$

FONTE: O Autor, (2009)

4 – PANORAMA FINAL DA IDENTIFICAÇÃO

Verificou-se que a estratégia 03 é uma valiosa ferramenta para um estudo preliminar do problema de estimação de parâmetros envolvido na identificação de processos. Para obter menores valores da função objetivo para a estratégia 03 um estudo de otimização dos parâmetros da técnica de algoritmos genéticos deve ser feito, ao invés do uso de valores sugeridos pela literatura. A estratégia 02 foi a que apresentou melhores resultados, no entanto constata-se que a diferenciabilidade do modelo pode ser uma tarefa difícil. A TABELA IV. 33 apresenta um resumo dos melhores modelos identificados para os dois conjuntos de dados experimentais.

TABELA IV. 33 – RESUMO DOS PARÂMETROS ESTIMADOS

Conjunto de Dados	01		02	
Modelo	01 – Inteiro	02 – Fracionário	01 – Inteiro	02 – Fracionário
Parâmetros	Valor			
α	1	1,0252	1	1,388
a	3,5063	6,2992	0,0849	8,929
b	0,564	1,8148	1,7042	1,273
FOBJ	$4,8 \cdot 10^{-4}$	$4,5 \cdot 10^{-4}$	$1,1 \cdot 10^{-2}$	$1,2 \cdot 10^{-3}$

FONTE: O Autor, (2009)

V - CONTROLE DE PROCESSOS

1 – INTRODUÇÃO

Este capítulo apresenta os estudos de simulação de malhas de controle *feedback* considerando controladores da família $PI^{\lambda}D^{\mu}$ para cada um dos modelos identificados no Capítulo IV. Será analisado o desempenho da estrutura de controle *feedback*, como apresenta a FIGURA III.01, utilizando o critério ITAE e o critério ISE.

2 – CONJUNTO DE DADOS 01

Deve-se lembrar que o conjunto de dados 01 é reportado por PODLUBNY (1999), referindo-se aos valores de temperatura da saída de uma corrente de gases de um forno após a aplicação de um degrau na temperatura do forno. No Capítulo IV foi identificado o seguinte modelo de ordem fracionária:

$$G_P(s) = \frac{1}{6,2992 \cdot s^{1,0252} + 1,8148} \quad (V.01)$$

Este modelo será utilizado para a simulação das malhas de controle fracionário. Serão estudados todos os controladores da família PID, sendo apresentados em nível crescente de complexidade. Além disso, deve-se ressaltar que será utilizada apenas a perturbação do tipo degrau unitário no *set-point*, ou seja, a perturbação será a função Heaviside dada por:

$$y_{\text{SET-POINT}}(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1, & t \geq 0 \end{cases} \quad (V.02)$$

Segundo Podlubny (1999b), o uso de controladores fracionários conduz a melhores resultados quando aplicado à modelos fracionários, devido à generalização e ao efeito de memória inerente às equações diferenciais fracionárias. Diferentes testes com controladores clássicos para controlar sistemas teóricos modelados por equações diferenciais fracionárias, e também controladores fracionários controlando sistemas de ordem inteira foram realizados por Podlubny

(1999b), indicando que a melhor combinação de técnicas é a utilizada neste trabalho, ou seja, utilizar modelos fracionários com controladores fracionários.

2.1 – CONTROLADOR P

Controladores tipo P têm como aspecto positivo a simplicidade e facilidade de implementação. Por outro lado, o *offset* apresentado na variável controlada é um aspecto negativo em seu desempenho. A função de transferência da malha fechada é dada por:

$$\frac{Y(s)}{Y_{\text{SET-POINT}}(s)} = \frac{G_c(s) \cdot G_p(s)}{1 + G_c(s) \cdot G_p(s)} = \frac{K_c}{6,2992 \cdot s^{1,0252} + [1,8148 + K_c]} \quad (\text{V.03})$$

A solução, obtida com auxílio da TABELA III.01, é dada por:

$$y(t) = \left[\frac{K_c}{6,2992} \right] \cdot \varepsilon_o \left(t; -\frac{[1,8148 + K_c]}{6,2992}; 1,0252; 2,0252 \right) \quad (\text{V.04})$$

A TABELA V. 1 apresenta diferentes valores de K_c utilizados para simulação da malha de controle P com modelo de processo fracionário.

TABELA V. 1 – VALORES DO PARÂMETRO DE SINTONIA DO CONTROLADOR P: CONJUNTO DE DADOS 01

Parâmetro	Caso			
	I	II	III	IV
K_c	0,5	1	10	15

FONTE: O Autor, (2009)

A FIGURA V. 1 apresenta as simulações considerando diferentes valores de K_c . Verifica-se que o controlador P introduz *offset* na variável controlada, tendo em vista que para os valores de K_c adotados a variável controlada não atingiu o valor desejado de 1. No entanto, verifica-se que ao se aumentar K_c o *offset* é reduzido, sendo que quando $K_c \rightarrow \infty$ o *offset* é completamente eliminado. Por outro lado, deve-se ter em mente que valores de K_c tornam o processo sensível, ou seja, pequenos erros levam à ações de controle de grande amplitude que podem vir a saturar o atuador nos instantes iniciais da presença do distúrbio.

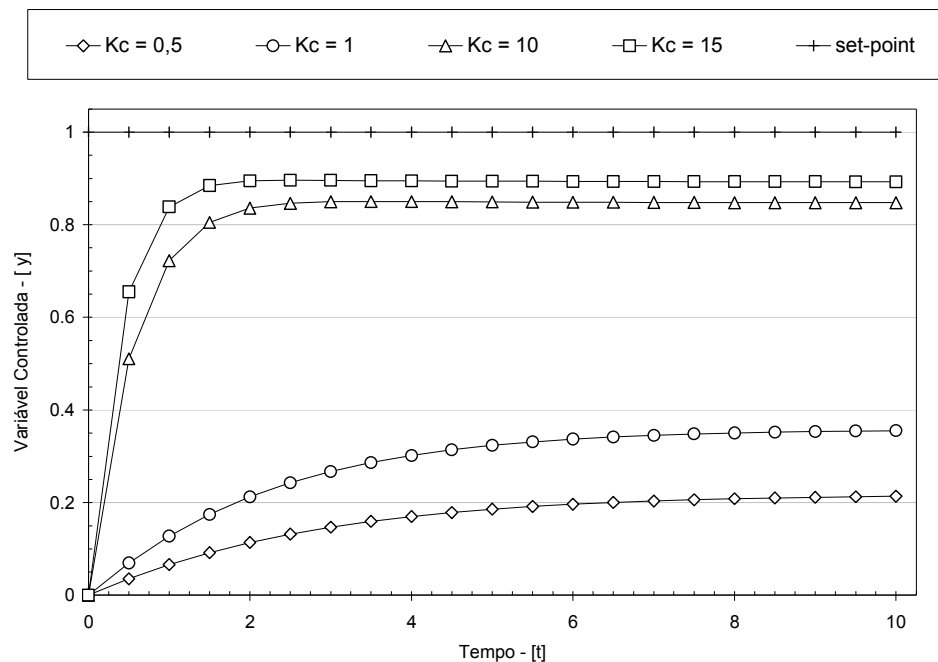


FIGURA V. 1 – VARIÁVEL CONTROLADA: CONTROLADOR \mathcal{P} – CONJUNTO DE DADOS 01
 FONTE: O Autor, (2009)

2.2 – CONTROLADOR \mathcal{PD}^μ

O controlador \mathcal{PD} clássico apresenta o mesmo padrão de resposta do controlador \mathcal{P} uma vez que a ação derivativa NÃO altera a ordem do sistema. Isto significa que o *offset* continuará existindo, porém o sistema atingirá de maneira mais rápida o novo estado estacionário. Por outro lado, no controlador \mathcal{PD}^μ , o valor da ordem da derivada é um parâmetro de sintonia do controlador fracionário, desta forma, quando o valor de $\alpha > \mu$, verifica-se o mesmo comportamento do controlador \mathcal{P} , ou seja, continua existindo *offset*. Por outro lado, caso o valor de $\mu > \alpha$ haverá uma tendência de redução do *offset*.

Para o caso em que $\alpha > \mu$, a função de transferência da malha fechada é dada por:

$$\begin{aligned} \frac{Y(s)}{Y_{\text{SET-POINT}}(s)} &= \frac{G_c(s) \cdot G_p(s)}{1 + G_c(s) \cdot G_p(s)} = \\ &= \frac{K_c \cdot (1 + \tau_D \cdot s^\mu)}{6,2992 \cdot s^{1,0252} + K_c \cdot \tau_D \cdot s^\mu + [1,8148 + K_c]} \end{aligned} \quad (\text{V.05})$$

A solução, obtida com auxílio da TABELA III.1, é dada por:

$$\begin{aligned} y(t) &= \left[\frac{K_c}{6,2992} \cdot \left(\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k!} \cdot \left(\frac{1,8148 + K_c}{6,2992} \right)^k \cdot \varepsilon_k \left(t, -\frac{[\tau_D \cdot K_c]}{6,2992}; 1,0252 - \mu, 1,0252 - \mu \cdot k + 1 \right) \right) + \right. \\ &\quad \left. \tau_D \cdot \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k!} \cdot \left(\frac{1,8148 + K_c}{6,2992} \right)^k \cdot \varepsilon_k \left(t, -\frac{[\tau_D \cdot K_c]}{6,2992}; 1,0252 - \mu, 1,0252 - \mu \cdot k + 1 - \mu \right) \right] \end{aligned} \quad (\text{V.06})$$

A FIGURA V. 2 apresenta simulações para diferentes valores dos parâmetros K_c , τ_D e μ que são apresentados na TABELA V. 2.

TABELA V. 2 – VALORES DOS PARÂMETROS DE SINTONIA DO CONTROLADOR \mathcal{PD}^μ : $\alpha > \mu$ – CONJUNTO DE DADOS 01

Parâmetro	Caso						
	I	II	III	IV	V	VI	VII
K_c	1,5	1,5	1,5	0,3	0,3	0,3	0,3
τ_D	2	2	5	5	2	2	5
μ	1,01	0,2	0,2	0,2	0,2	1,01	1,01

FONTE: O Autor, (2009)

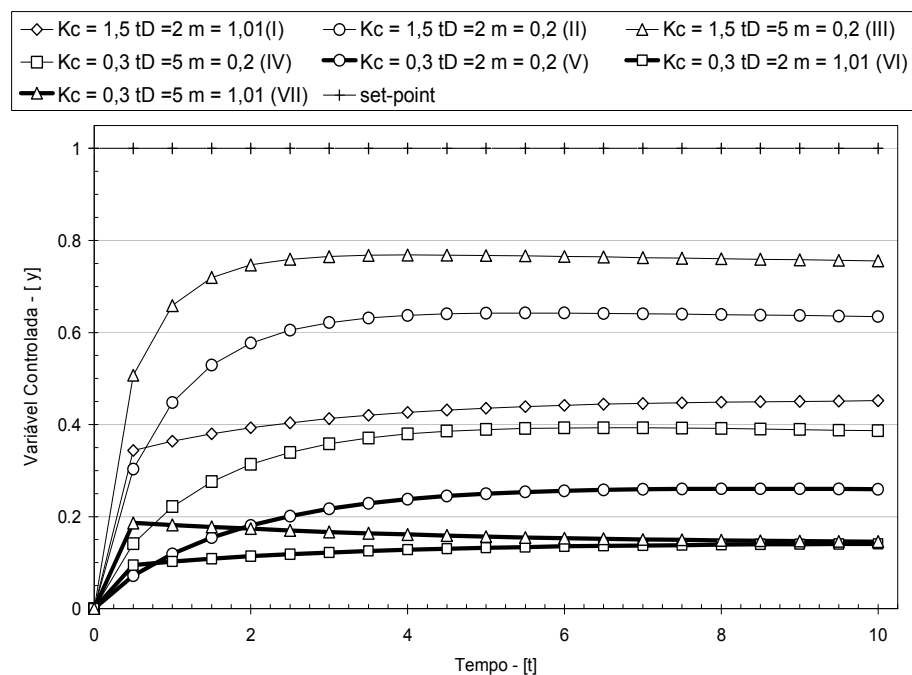


FIGURA V. 2 – VARIÁVEL CONTROLADA: CONTROLADOR \mathcal{PD}^μ : $\alpha > \mu$ – CONJUNTO DE DADOS 01

FONTE: O Autor, (2009)

Os valores foram escolhidos de forma a permitir a verificação da influência de cada parâmetro sobre o comportamento do laço de controle. Assim, a influência de K_c pode ser avaliada a partir dos casos I e VI e dos casos III e IV. A influência de τ_D pode ser avaliada a partir dos casos II e III, IV e V e dos casos VI e VII. Por fim, a influência de μ pode ser avaliada a partir dos casos I e II, V e VI e dos casos IV e VII.

A principal consequência do aumento de K_c e do aumento de τ_D é a redução do *offset*, tendo em vista a diferença entre o valor da variável controlada e do *set-point*. A influência do aumento de μ pode ser traduzida em um aumento do *offset*, por outro lado, verifica-se que nos instantes iniciais, o aumento de μ leva à maiores valores da variável controlada. Deve-se ressaltar que não foi utilizada nenhuma técnica específica para sintonia do controlador, uma vez que o objetivo é apenas a verificação da influência dos parâmetros de sintonia sobre o comportamento da variável controlada.

Para o caso em que $\mu > \alpha$, a função de transferência da malha fechada é dada por:

$$\begin{aligned} \frac{Y(s)}{Y_{\text{SET-POINT}}(s)} &= \frac{G_c(s) \cdot G_p(s)}{1 + G_c(s) \cdot G_p(s)} = \\ &= \frac{K_c \cdot (1 + \tau_D \cdot s^\mu)}{K_c \cdot \tau_D \cdot s^\mu + 6,2992 \cdot s^{1,0252} + [1,8148 + K_c]} \end{aligned} \quad (\text{V.07})$$

E a solução, obtida com auxílio da TABELA III.01, é dada por:

$$\begin{aligned} y(t) &= \left[\frac{1}{\tau_D} \right] \cdot \\ &\left(\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k!} \cdot \left(\frac{6,2992}{\tau_D \cdot K_c} \right)^k \cdot \varepsilon_k \left(t, -\frac{[1,8148 + K_c]}{\tau_D \cdot K_c}; \mu - 1,0252, \mu - 1,0252 \cdot k + 1 \right) + \right. \\ &\left. \tau_D \cdot \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k!} \cdot \left(\frac{6,2992}{\tau_D \cdot K_c} \right)^k \cdot \varepsilon_k \left(t, -\frac{[1,8148 + K_c]}{\tau_D \cdot K_c}; \mu - 1,0252, \mu - 1,0252 \cdot k + 1 - \mu \right) \right) \end{aligned} \quad (\text{V.08})$$

A FIGURA V. 3 apresenta simulações para diferentes valores dos parâmetros K_c , τ_D e μ que são apresentados na TABELA V. 3.

TABELA V. 3 – VALORES DOS PARÂMETROS DE SINTONIA DO CONTROLADOR \mathcal{PD}^μ : $\mu > \alpha$ –
CONJUNTO DE DADOS 01

Parâmetro	Caso					
	I	II	III	IV	V	VI
K_c	5	5	5	20	20	20
τ_D	10	10	5	5	5	1,2
μ	1,03	1,21	1,21	1,21	2	1,21

FONTE: O Autor, (2009)

Similarmente ao caso anterior, os valores foram escolhidos de forma a permitir a verificação da influência de cada parâmetro sobre o comportamento do laço de controle. Assim, a influência de K_c pode ser avaliada a partir dos casos **III** e **IV**, enquanto a influência de τ_D pode ser avaliada a partir dos casos **II** e **III** e dos casos **IV** e **VI**. Por fim, a influência de μ pode ser avaliada a partir dos casos **I** e **II** e dos casos **IV** e **V**.

A principal consequência do aumento de K_c é a redução do *offset*, tendo em vista a diferença entre o valor da variável controlada e do *set-point*. A redução de τ_D leva a uma redução do *offset* da variável controlada apenas nos instantes iniciais, sendo que quando se atinge o estado estacionário, o *offset* é praticamente o mesmo. Por fim, a influência de μ depende dos valores de K_c e de τ_D uma vez que os casos **I** e **II** têm comportamento diferente dos casos **IV** e **V**. No entanto, observa-se que valores de μ podem introduzir comportamento oscilatório. Portanto, observa-se a vantagem de controladores fracionários do tipo \mathcal{PD}^μ em relação aos controladores \mathcal{PD} clássicos: uma escolha adequada dos parâmetros, principalmente quando $\mu > \alpha$ permite a estabilização do sistema com a redução do *offset*. Novamente, deve-se ressaltar que não foi utilizada nenhuma técnica específica para sintonia do controlador, uma vez que o objetivo é apenas a verificação da influência dos parâmetros de sintonia sobre o comportamento da variável controlada.

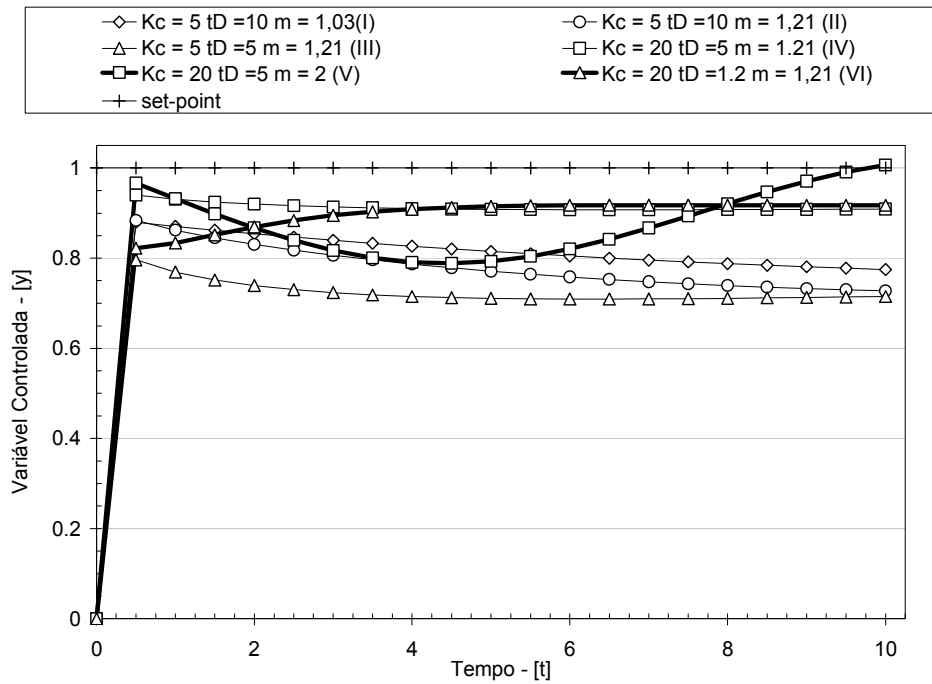


FIGURA V. 3 – VARIÁVEL CONTROLADA: CONTROLADOR \mathcal{PD}^{μ} : $\mu > \alpha$ – CONJUNTO DE DADOS 01

FONTE: O Autor, (2009)

2.3 – CONTROLADOR \mathcal{PI}^{λ}

O controlador \mathcal{PI} clássico apresenta uma melhora no controle uma vez que a ação integral elimina o *offset*. Por outro lado, a ação integral pode acabar saturando o atuador, tornando o controlador ineficiente. O controlador \mathcal{PI}^{λ} tem o parâmetro λ como sendo a ordem da integral, que se torna um parâmetro de ajuste.

A função de transferência da malha fechada utilizando o controlador \mathcal{PI}^{λ} é dada por:

$$\begin{aligned} \frac{Y(s)}{Y_{\text{SET-POINT}}(s)} &= \frac{G_c(s) \cdot G_p(s)}{1 + G_c(s) \cdot G_p(s)} = \\ &= \frac{K_c \cdot \tau_i \cdot (1 + s^{\lambda})}{\tau_i \cdot 6,2992 \cdot s^{1,0252 + \lambda} + \tau_i \cdot [1,8148 + K_c] \cdot s^{\lambda} + K_c} \end{aligned} \quad (\text{V.09})$$

A solução, obtida com auxílio da TABELA III. 1, é dada por:

$$\begin{aligned}
y(t) = & \left[\frac{K_c}{6,2992} \right] \cdot \left(\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k!} \cdot \left(\frac{K_c}{\tau_i \cdot 6,2992} \right)^k \cdot \right. \\
& \left. \varepsilon_k \left(t, -\frac{\tau_i \cdot [K_c + 1,8148]}{6,2992}; 1,0252, 1,0252 + \lambda - \lambda \cdot k + 1 \right) + \right. \\
& \left. \varepsilon_k \left(t, -\frac{\tau_i \cdot [K_c + 1,8148]}{6,2992}; 1,0252, 1,0252 - \lambda \cdot k + 1 \right) \right)
\end{aligned} \quad (V.10)$$

A FIGURA V. 4 apresenta simulações para diferentes valores dos parâmetros K_c , τ_i e λ que são apresentados na TABELA V. 1.

TABELA V. 4 – VALORES DOS PARÂMETROS DE SINTONIA DO CONTROLADOR PI^λ :
CONJUNTO DE DADOS 01

Parâmetro	Caso			
	I	II	III	IV
K_c	5	5	5	1
τ_i	2	1	1	1
λ	0,1	0,1	1,1	1,1

FONTE: O Autor, (2009)

Similarmente aos casos anteriores, os valores foram escolhidos de forma a permitir a verificação da influência de cada parâmetro sobre o comportamento do laço de controle. Assim, a influência de K_c pode ser avaliada a partir dos casos **III** e **IV**. A influência de τ_i pode ser avaliada a partir dos casos **I** e **II**. Por fim, a influência de λ pode ser avaliada a partir do caso **II** e **III**.

A principal consequência do aumento de K_c é a redução do *offset* e o aumento da velocidade de resposta da malha, tendo em vista a diferença entre o valor da variável controlada e do *set-point*. O aumento de τ_i leva a uma redução do *offset* que pode ser eliminado a partir do ajuste adequado dos parâmetros. Por fim, a influência de λ depende dos valores de K_c e de τ_i uma vez que os casos **I** e **II** têm comportamento diferente dos casos **IV** e **V**. Entretanto, observa-se que valores de λ podem introduzir comportamento oscilatório.

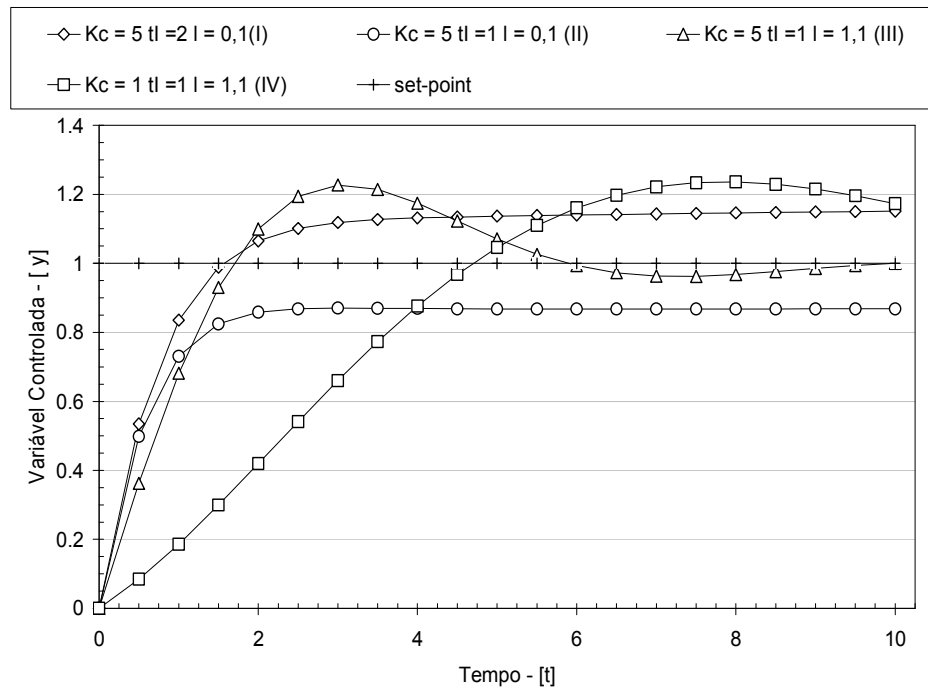


FIGURA V. 4 – VARIÁVEL CONTROLADA: CONTROLADOR PI^λ : – CONJUNTO DE DADOS 01
 FONTE: O Autor, (2009)

2.4 – CONTROLADOR $PI^\lambda D^\mu$

O controlador PID clássico apresenta uma melhora no controle uma vez que a ação integral elimina o *offset* e a ação derivativa tende a acelerar a eliminação do erro. Por outro lado, a ação integral pode acabar saturando o atuador, tornando o controlador ineficiente. O controlador $PI^\lambda D^\mu$ tem o parâmetro λ como sendo a ordem da integral, e o parâmetro μ como sendo a ordem da derivada que se tornam parâmetros de ajuste.

A função de transferência da malha fechada utilizando o controlador $PI^\lambda D^\mu$ é dada pela expressão a seguir, para o caso em que $\alpha > \mu$:

$$\begin{aligned} \frac{Y(s)}{Y_{SET-POINT}(s)} &= \frac{G_c(s) \cdot G_p(s)}{1 + G_c(s) \cdot G_p(s)} = \\ &= \frac{K_c \cdot \tau_i \cdot \tau_D \cdot s^{\mu+\lambda} + K_c \cdot \tau_i \cdot s^\lambda + K_c}{\tau_i \cdot 6,2992 \cdot s^{1,0252+\lambda} + K_c \cdot \tau_i \cdot \tau_D \cdot s^{\mu+\lambda} + \tau_i \cdot [1,8148 + K_c] \cdot s^\lambda + K_c} \end{aligned} \quad (V.11)$$

A solução, obtida com auxílio da TABELA III. 1, é dada por:

$$\begin{aligned}
y(t) = & \left[\frac{K_c}{\tau_i \cdot 6,2992} \right] \cdot \left(\sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m}{m!} \cdot \left(\frac{K_c}{\tau_i \cdot 6,2992} \right)^m \sum_{k=0}^m \binom{m}{k} \cdot \left(\frac{\tau_i \cdot (K_c + 1,8148)}{K_c} \right)^k \right) \\
& \varepsilon_m \left(t, -\frac{K_c \cdot \tau_D}{6,2992}; 1,0252 - \mu, (1,0252 + \lambda) + (\mu + \lambda) \cdot m - \lambda \cdot k + 1 \right) + \\
& \tau_i \cdot \varepsilon_m \left(t, -\frac{K_c \cdot \tau_D}{6,2992}; 1,0252 - \mu, 1,0252 + (\mu + \lambda) \cdot m - \lambda \cdot k + 1 \right) + \\
& \tau_i \cdot \tau_D \cdot \varepsilon_m \left(t, -\frac{K_c \cdot \tau_D}{6,2992}; 1,0252 - \mu, 1,0252 + (\mu + \lambda) \cdot m - \lambda \cdot k + 1 - \mu \right)
\end{aligned} \tag{V.12}$$

A FIGURA V. 5 apresenta simulações para diferentes valores dos parâmetros K_c , τ_i , λ e τ_D , μ que são apresentados na TABELA V. 5.

TABELA V. 5 – VALORES DOS PARÂMETROS DE SINTONIA DO CONTROLADOR $PI^{\lambda,D^{\mu}}$: $\alpha > \mu$ - CONJUNTO DE DADOS 01

Parâmetro	Caso						
	I	II	III	IV	V	VI	VII
K_c	1	1	1	3	3	3	3
τ_D	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	1,5
τ_i	1	1	1	1	3	3	0,5
λ	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	2	1,5
μ	1,01	0,2	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5

FONTE: O Autor, (2009)

A influência de K_c pode ser observada a partir dos casos **III** e **IV**, sendo que com o aumento de K_c , mais rapidamente o valor do *set-point* é alcançado porém, nos dois casos o sistema é oscilatório. A influência de μ pode ser observada a partir dos casos **I**, **II** e **III** onde verifica-se que quanto menor o valor de μ , mais próximo ao *set-point* permanece a variável controlada apesar de se observar a tendência oscilatória do sistema. A influência de τ_i pode ser observada a partir dos casos **IV** e **V**, enquanto que a influência de λ pode ser observada a partir dos casos **V** e **VI** e a influência de τ_D pode ser observada a partir dos casos **VI** e **VII**. Verifica-se que para o conjunto de parâmetros proposto, os parâmetros λ , τ_i e τ_D influenciam a amplitude do valor da variável controlada, sendo que não afetam a oscilação.

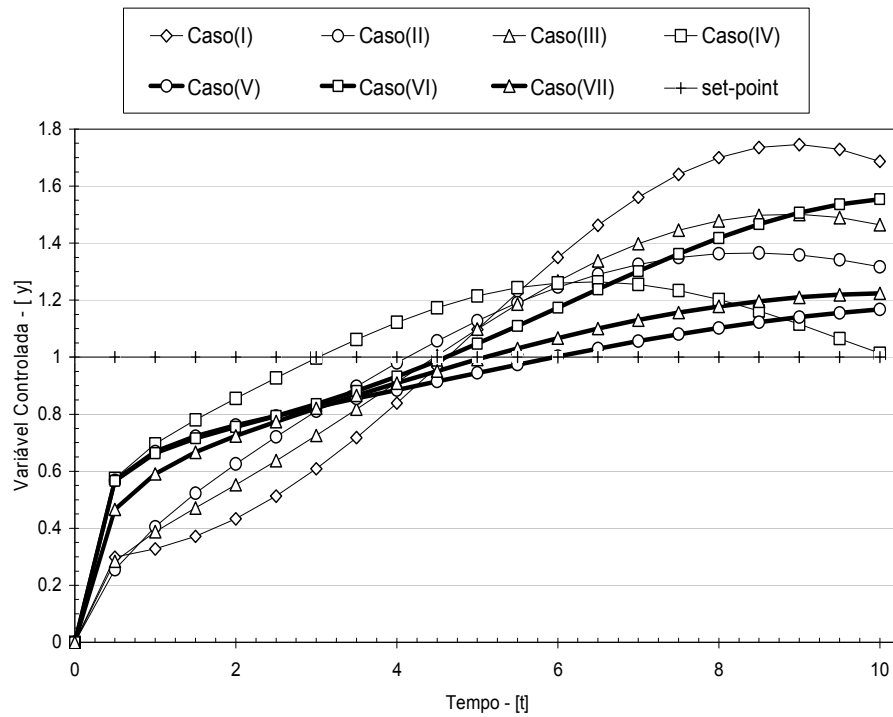


FIGURA V. 5 – VARIÁVEL CONTROLADA: CONTROLADOR $PI^{\lambda}D^{\lambda}$: $\alpha > \mu$ – CONJUNTO DE DADOS 01

FONTE: O Autor, (2009)

Para o caso em que $\mu > \alpha$ a função de transferência da malha fechada utilizando o controlador $PI^{\lambda}D^{\mu}$ é dada pela expressão a seguir:

$$\begin{aligned} \frac{Y(s)}{Y_{\text{SET-POINT}}(s)} &= \frac{G_c(s) \cdot G_p(s)}{1 + G_c(s) \cdot G_p(s)} = \\ &= \frac{K_c \cdot \tau_i \cdot \tau_D \cdot s^{\mu+\lambda} + K_c \cdot \tau_i \cdot s^{\lambda} + K_c}{K_c \cdot \tau_i \cdot \tau_D \cdot s^{\mu+\lambda} + \tau_i \cdot 6,2992 \cdot s^{1,0252+\lambda} + \tau_i \cdot [1,8148 + K_c] \cdot s^{\lambda} + K_c} \end{aligned} \quad (V.13)$$

A solução, obtida com auxílio da TABELA III. 1, é dada por:

$$\begin{aligned} y(t) &= \left[\frac{1}{\tau_i \cdot \tau_D} \right] \cdot \left(\sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m}{m!} \cdot \left(\frac{1}{\tau_i \cdot \tau_D} \right)^m \sum_{k=0}^m \binom{m}{k} \cdot \left(\frac{\tau_i \cdot (K_c + 1,8148)}{K_c} \right)^k \right) \cdot \\ &\quad \varepsilon_m \left(t, -\frac{6,2992}{K_c \cdot \tau_D}; \mu - 1,0252, (\mu + \lambda) + (1,0252 + \lambda) \cdot m - \lambda \cdot k + 1 \right) + \\ &\quad \tau_i \cdot \varepsilon_m \left(t, -\frac{6,2992}{K_c \cdot \tau_D}; \mu - 1,0252, \mu + (1,0252 + \lambda) \cdot m - \lambda \cdot k + 1 \right) + \\ &\quad \tau_i \cdot \tau_D \cdot \varepsilon_m \left(t, -\frac{6,2992}{K_c \cdot \tau_D}; \mu - 1,0252, (1,0252 + \lambda) \cdot m - \lambda \cdot k + 1 - \mu \right) \end{aligned} \quad (V.14)$$

A FIGURA V. 6 apresenta simulações para diferentes valores dos parâmetros K_C , τ_i , λ , τ_D e μ que são apresentados na TABELA V. 6. A influência dos parâmetros teve o mesmo comportamento observado para o caso em que $\alpha > \mu$.

TABELA V. 6 – VALORES DOS PARÂMETROS DE SINTONIA DO CONTROLADOR $PI^\lambda D^\mu$: $\mu > \alpha$ - CONJUNTO DE DADOS 01

Parâmetro	Caso					
	I	II	III	IV	V	VI
K_C	10	10	10	10	10	7
τ_D	1	5	5	5	5	5
τ_i	1	1	4	4	4	4
λ	1,5	1,5	1,5	2,2	1,5	1,5
μ	1,2	1,2	1,2	1,2	1,6	1,6

FONTE: O Autor, (2009)

A influência de K_C pode ser observada a partir dos casos **V** e **VI** enquanto que a influência de μ pode ser observada a partir dos casos **III** e **V**. A influência de τ_i por sua vez pode ser observada a partir dos casos **II** e **III**, a de λ pode ser observada a partir dos casos **III** e **IV**, e a influência de τ_D pode ser observada a partir dos casos **I** e **II**. Verifica-se que para o conjunto de parâmetros proposto, os parâmetros λ , τ_i e τ_D influenciam a amplitude do valor da variável controlada, sendo que não afetam a oscilação. Além disso, verifica-se uma tendência no sistema em apresentar resposta inversa, provavelmente devido à ordem fracionária das equações que descrevem o sistema de controle.

2.5 – COMPARAÇÃO ENTRE CONTROLADORES

A TABELA V. 7 apresenta os valores dos critérios $ITAE$ e ISE (ver Capítulo III) para análise do desempenho das melhores malhas de controle para o conjunto de dados experimentais 01. Deve-se ressaltar que nenhuma técnica específica de sintonia de controlador foi utilizada, pois o foco deste estudo consiste na avaliação da influência dos parâmetros de sintonia. Verifica-se que dependendo do critério, uma técnica pode ser melhor ou pior. Em linhas gerais, verifica-se que o controle fracionário PI^λ foi o melhor controle segundo o critério $ITAE$ e o controle PD^μ (caso

em que $\mu > \alpha$) foi o melhor controle, de acordo com o critério ISE . Por fim, a FIGURA V. 7 apresenta o valor da variável controlada para os diversos controladores.

TABELA V. 7 – CRITÉRIOS DE DESEMPENHO $ITAE$ E ISE - CONJUNTO DE DADOS 01

Controlador	$ITAE$	ISE
P	5,41	0,42
(I) $P D^{\mu}$: $\alpha > \mu$	12,06	0,93
(II) $P D^{\mu}$: $\mu > \alpha$	4,53	0,32
$P I^{\lambda}$	3,01	0,61
(I) $P I^{\lambda} D^{\mu}$: $\alpha > \mu$	5,45	0,57
(II) $P I^{\lambda} D^{\mu}$: $\mu > \alpha$	4,03	0,35

FONTE: O Autor, (2009)

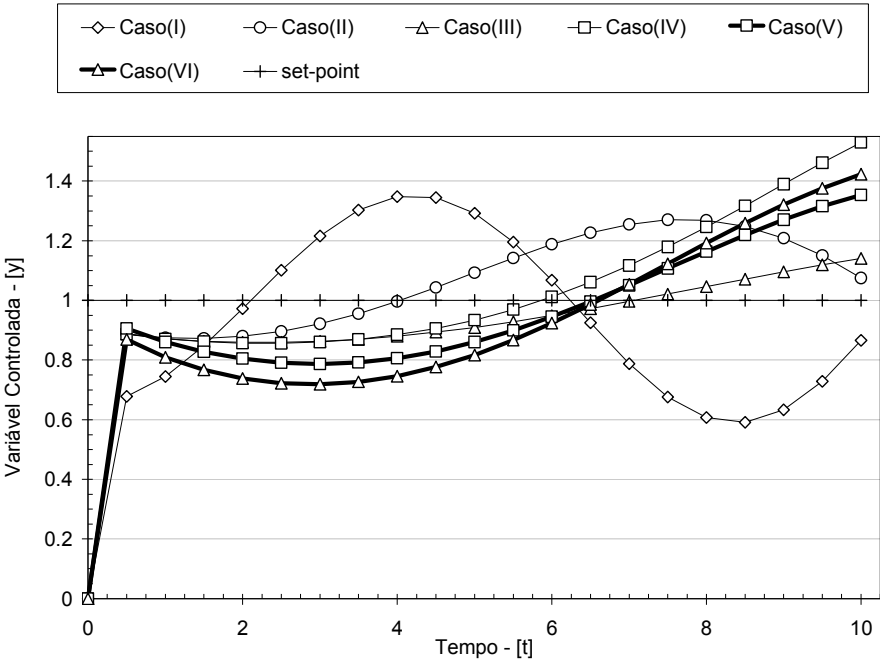


FIGURA V. 6 – VARIÁVEL CONTROLADA: CONTROLADOR $P I^{\lambda} D^{\mu}$: $\mu > \alpha$ – CONJUNTO DE DADOS 01

FONTE: O Autor, (2009)

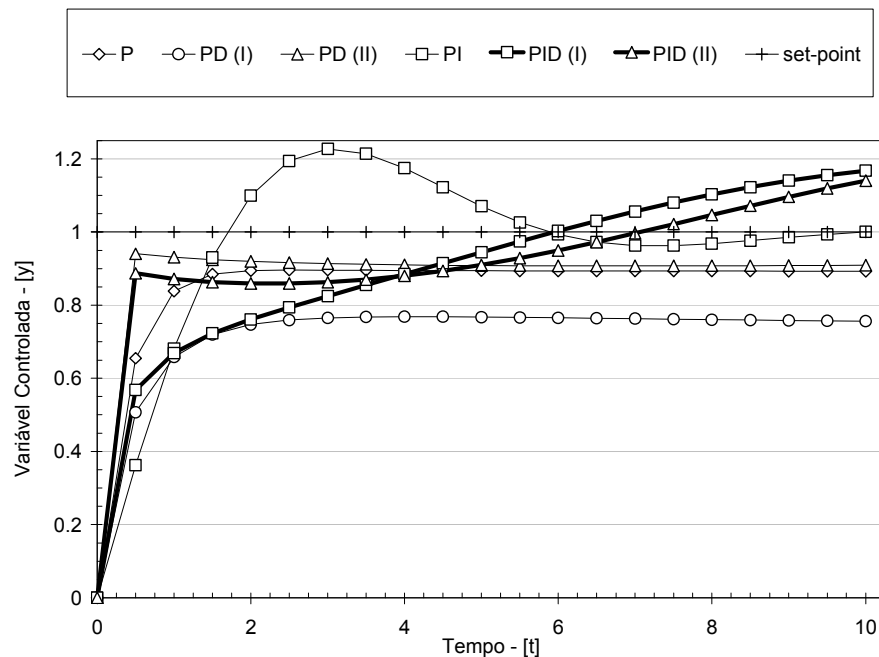


FIGURA V. 7 – VARIÁVEL CONTROLADA: CONJUNTO DE DADOS 01

FONTE: O Autor, (2009)

3 – CONJUNTO DE DADOS 02

Deve-se relembrar que o conjunto de dados 02 é reportado por SEBORG *et al.* (2003), referindo-se aos valores de concentração de CO_2 de um bioreator após a aplicação de um degrau na vazão da corrente de alimentação ao reator. No Capítulo IV foi identificado o seguinte modelo de ordem fracionária:

$$C_p(s) = \frac{1}{8,929 \cdot s^{1,388} + 1,273} \quad (\text{V.15})$$

Este modelo será utilizado para a simulação das malhas de controle. Serão estudados todos os controladores da família PID, sendo apresentados em nível crescente de complexidade. Além disso, deve-se ressaltar que será utilizada apenas a perturbação do tipo degrau unitário no *set-point*, ou seja, a perturbação será a função Heaviside.

3.1 – CONTROLADOR P

Como mencionado, controladores tipo P têm como aspecto positivo a simplicidade e facilidade de implementação. Por outro lado, o *offset* apresentado na variável controlada é um aspecto negativo em sua performance.

A função de transferência da malha fechada é dada por:

$$\frac{Y(s)}{Y_{\text{SET-POINT}}(s)} = \frac{G_c(s) \cdot G_p(s)}{1 + G_c(s) \cdot G_p(s)} = \frac{K_c}{8,929 \cdot s^{1,388} + [1,273 + K_c]} \quad (\text{V.16})$$

A solução, obtida com auxílio da TABELA III.1, é dada por:

$$y(t) = \left[\frac{K_c}{8,929} \right] \cdot \varepsilon_o \left(t; -\frac{[1,273 + K_c]}{8,929}; 1,388; 2,388 \right) \quad (\text{V.17})$$

A TABELA V. 8 apresenta diferentes valores de K_c utilizados para simulação da malha de controle P.

TABELA V. 8 – VALORES DO PARÂMETRO DE SINTONIA DO CONTROLADOR P: CONJUNTO DE DADOS 02

Parâmetro	Caso			
	I	II	III	IV
K_c	0,5	1,0	10	15

FONTE: O Autor, (2009)

A FIGURA V. 8 apresenta as simulações considerando diferentes valores de K_c . Verifica-se que o controlador P introduz *offset* na variável controlada, tendo em vista que para os valores de K_c adotados a variável controlada não atingiu o valor desejado de 1. No entanto, verifica-se que ao se aumentar K_c o *offset* é reduzido, sendo que quando $K_c \rightarrow \infty$ o *offset* é completamente eliminado. Por outro lado, altos valores de K_c tornam o processo sensível, e assim pequenos erros levam a ações de controle de grande amplitude, podendo vir a saturar o atuador nos instantes iniciais da presença do distúrbio. Nota-se também que o aumento de K_c leva a origem de um *overshoot* no sistema, provavelmente devido à ordem fracionária do modelo ajustado, diferentemente do conjunto de dados 01, no qual a ordem fracionária ficou próxima a 1.

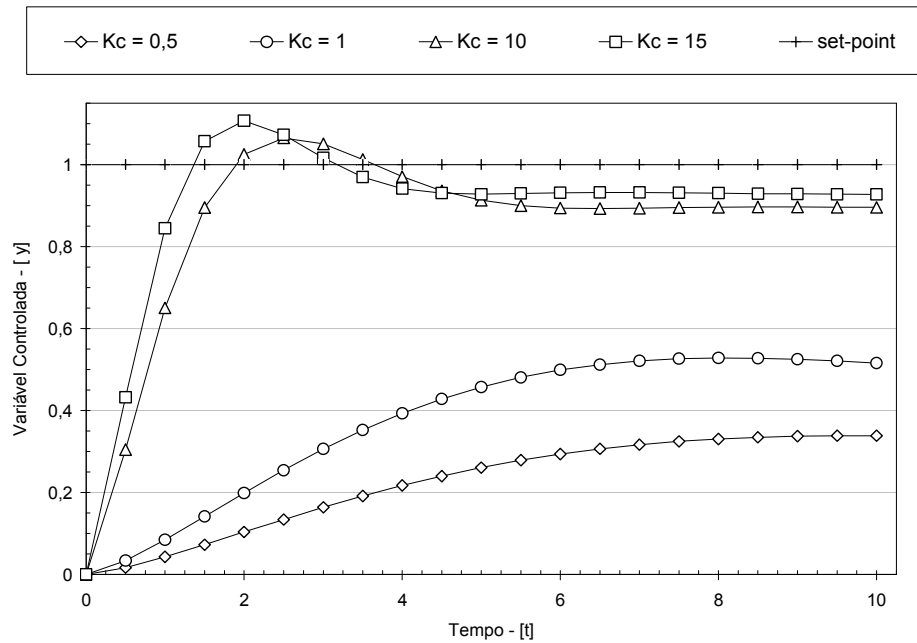


FIGURA V. 8 – VARIÁVEL CONTROLADA: CONTROLADOR \mathcal{P} – CONJUNTO DE DADOS 02
 FONTE: O Autor, (2009)

3.2 – CONTROLADOR \mathcal{PD}^μ

O controlador \mathcal{PD} clássico apresenta o mesmo padrão de resposta do controlador \mathcal{P} uma vez que a ação derivativa NÃO altera a ordem do sistema. Isto significa que o *offset* continuará existindo, porém o sistema atingirá de maneira mais rápida o novo estado estacionário. Por outro lado, no controlador \mathcal{PD}^μ , o valor da ordem da derivada é um parâmetro de sintonia, desta forma, quando o valor de $\alpha > \mu$, verifica-se o mesmo comportamento do controlador \mathcal{P} , ou seja, continua existindo *offset*. Já para o caso em que o valor de $\mu > \alpha$, haverá uma tendência de redução do *offset*.

Considerando o caso em que $\alpha > \mu$, a função de transferência da malha fechada é dada por:

$$\begin{aligned}
 \frac{Y(s)}{Y_{\text{SET-POINT}}(s)} &= \frac{G_c(s) \cdot G_p(s)}{1 + G_c(s) \cdot G_p(s)} = \\
 &= \frac{K_c \cdot (1 + \tau_D \cdot s^\mu)}{8,929 \cdot s^{1,388} + K_c \cdot \tau_D \cdot s^\mu + [1,273 + K_c]}
 \end{aligned} \tag{V.18}$$

A solução, obtida com auxílio da TABELA III. 1, é dada por:

$$y(t) = \left[\frac{K_c}{8,929} \right] \cdot \left(\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k!} \cdot \left(\frac{1,273 + K_c}{8,929} \right)^k \cdot \varepsilon_k \left(t, -\frac{[\tau_D \cdot K_c]}{8,929}; 1,388 - \mu, 1,388 - \mu \cdot k + 1 \right) \right) + \tau_D \cdot \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k!} \cdot \left(\frac{1,273 + K_c}{8,929} \right)^k \cdot \varepsilon_k \left(t, -\frac{[\tau_D \cdot K_c]}{8,929}; 1,388 - \mu, 1,388 - \mu \cdot k + 1 - \mu \right) \right) \quad (V.19)$$

A FIGURA V. 9 apresenta simulações para diferentes valores dos parâmetros K_c , τ_D e μ que são apresentados na TABELA V. 9.

TABELA V. 9 – VALORES DOS PARÂMETROS DE SINTONIA DO CONTROLADOR \mathcal{PD}^μ : $\alpha > \mu$ – CONJUNTO DE DADOS 02

Parâmetro	Caso						
	I	II	III	IV	V	VI	VII
K_c	1,5	1,5	1,5	0,3	0,3	0,3	0,3
τ_D	2	2	5	5	2	2	5
μ	1,01	0,2	0,2	0,2	0,2	1,01	1,01

FONTE: O Autor, (2009)

Os valores foram escolhidos de forma a permitir a verificação da influência de cada parâmetro sobre o comportamento do laço de controle. Assim, a influência de K_c pode ser avaliada a partir dos casos I e VI e dos casos III e IV. A influência de τ_D pode ser avaliada a partir dos casos II e III, dos casos IV e V e dos casos VI e VII. Por fim, a influência de μ pode ser avaliada a partir dos casos I e II, dos casos V e VI e dos casos IV e VII.

A principal consequência do aumento de K_c e do aumento de τ_D é a redução do *offset*, tendo em vista a diferença entre o valor da variável controlada e do *set-point*. A influência do aumento de μ pode ser traduzida em um aumento do *offset*, no entanto, verifica-se que nos instantes iniciais o aumento de μ leva a maiores valores da variável controlada.

Para o caso em que $\mu > \alpha$, a função de transferência da malha fechada é dada pela Eq. (V.20). Nota-se que o modelo é fisicamente realizável tendo em vista que o grau do numerador não é maior que o grau do denominador.

$$\begin{aligned} \frac{Y(s)}{Y_{\text{SET-POINT}}(s)} &= \frac{G_c(s) \cdot G_p(s)}{1 + G_c(s) \cdot G_p(s)} = \\ &= \frac{K_c \cdot (1 + \tau_D \cdot s^\mu)}{K_c \cdot \tau_D \cdot s^\mu + 8,929 \cdot s^{1,388} + [1,273 + K_c]} \end{aligned} \quad (V.20)$$

A solução, obtida com auxílio da TABELA III. 1, é dada por:

$$y(t) = \left[\frac{1}{\tau_D} \right] \cdot \left(\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k!} \cdot \left(\frac{1,273 + K_c}{\tau_D \cdot K_c} \right)^k \cdot \varepsilon_k \left(t, -\frac{8,929}{\tau_D \cdot K_c}; \mu - 1,388, \mu - 1,388 \cdot k + 1 \right) + \tau_D \cdot \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k!} \cdot \left(\frac{1,273 + K_c}{\tau_D \cdot K_c} \right)^k \cdot \varepsilon_k \left(t, -\frac{8,929}{\tau_D \cdot K_c}; \mu - 1,388, \mu - 1,388 \cdot k + 1 - \mu \right) \right) \quad (V.21)$$

A FIGURA V. 10 apresenta simulações para diferentes valores dos parâmetros K_c , τ_D e μ que são apresentados na TABELA V. 10.

TABELA V. 10 – VALORES DOS PARÂMETROS DE SINTONIA DO CONTROLADOR \mathcal{PD}^μ : $\mu > \alpha$ – CONJUNTO DE DADOS 02

Parâmetro	Caso				
	I	II	III	IV	V
K_c	20	20	20	5	5
τ_D	5	5	1	1	5
μ	1,4	2	2	2	1,4

FONTE: O Autor, (2009)

Similarmente ao caso anterior, os valores foram escolhidos de forma a permitir a verificação da influência de cada parâmetro sobre o comportamento do laço de controle. Assim, a influência de K_c pode ser avaliada a partir dos casos III e IV. A influência de τ_D , por sua vez, pode ser avaliada a partir dos casos II e III e dos casos IV e VI. Por fim, a influência de μ pode ser avaliada a partir dos casos I e II e dos casos IV e V.

A principal consequência do aumento de K_c é a redução do *offset*, tendo em vista a diferença entre o valor da variável controlada e do *set-point*. A redução de τ_D leva a uma redução do *offset* da variável controlada apenas nos instantes iniciais, sendo que quando se atinge o estado estacionário, o *offset* é praticamente o mesmo. Por fim, a influência de μ depende dos valores de K_c e de τ_D uma vez que os casos I e II têm comportamento diferente dos casos IV e V. Observa-se ainda que valores de μ podem introduzir comportamento oscilatório.

Através destas análises nota-se que os controladores fracionários do tipo \mathcal{PD}^μ possuem certa vantagem em relação aos controladores \mathcal{PD} clássicos: uma escolha adequada dos parâmetros, principalmente quando $\mu > \alpha$, permite a estabilização do sistema com a redução do *offset*.

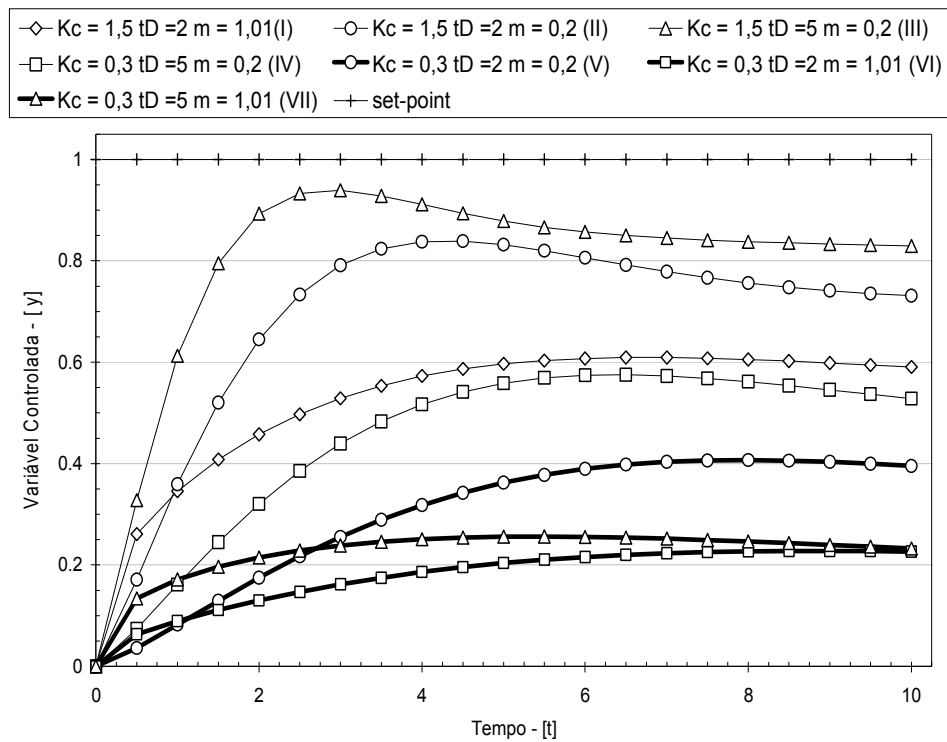


FIGURA V. 9 – VARIÁVEL CONTROLADA: CONTROLADOR \mathcal{PD}^μ : $\alpha > \mu$ – CONJUNTO DE DADOS 02

FONTE: O Autor, (2009)

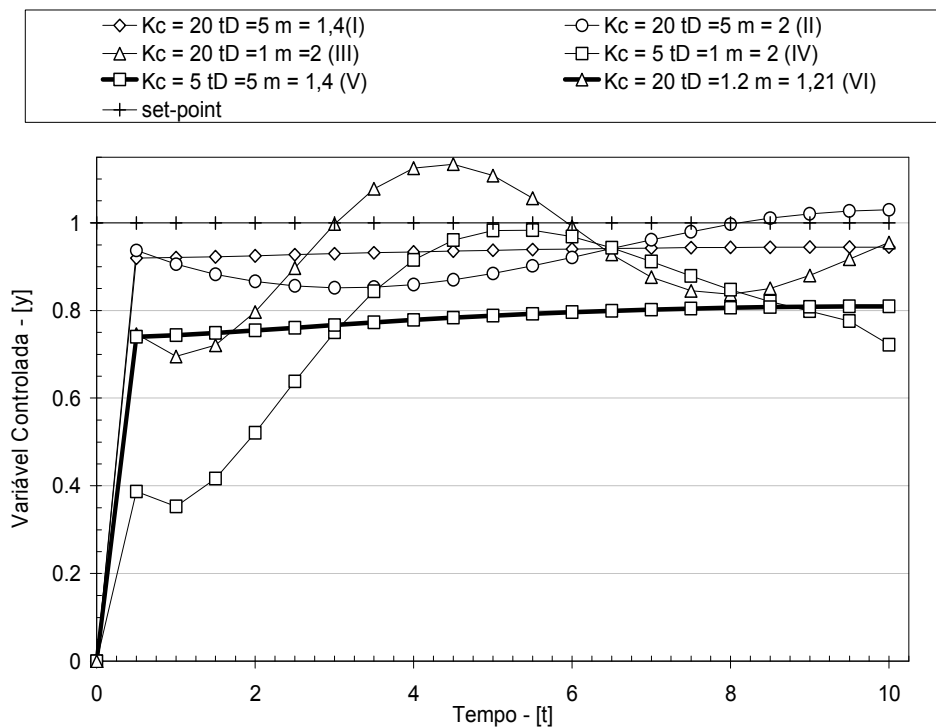


FIGURA V. 10 – VARIÁVEL CONTROLADA: CONTROLADOR \mathcal{PD}^μ : $\mu > \alpha$ – CONJUNTO DE DADOS 02

FONTE: O Autor, (2009)

3.3 – CONTROLADOR \mathcal{PI}^λ

O controlador \mathcal{PI} clássico apresenta uma melhora no controle uma vez que a ação integral elimina o *offset*. Por outro lado, a ação integral acabar saturando o atuador, tornando o controlador ineficiente. O controlador \mathcal{PI}^λ tem o parâmetro λ como sendo a ordem da integral, que se torna um parâmetro de ajuste.

A função de transferência da malha fechada utilizando o controlador \mathcal{PI}^λ é dada por:

$$\begin{aligned} \frac{Y(s)}{Y_{\text{SET-POINT}}(s)} &= \frac{G_c(s) \cdot G_p(s)}{1 + G_c(s) \cdot G_p(s)} = \\ &= \frac{K_c \cdot \tau_i \cdot (1 + s^\lambda)}{\tau_i \cdot 8,929 \cdot s^{1,388+\lambda} + \tau_i \cdot [1,273 + K_c] \cdot s^\mu + K_c} \end{aligned} \quad (\text{V.22})$$

E a solução, obtida com auxílio da TABELA III. 1, é dada por:

$$\begin{aligned} y(t) &= \left[\frac{K_c}{8,929} \right] \cdot \left(\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k!} \cdot \left(\frac{K_c}{\tau_i \cdot 8,929} \right)^k \cdot \right. \\ &\quad \left. \varepsilon_k \left(t, -\frac{\tau_i \cdot [K_c + 1,273]}{8,929}; 1,388, 1,388 + \lambda - \lambda \cdot k + 1 \right) + \right. \\ &\quad \left. \varepsilon_k \left(t, -\frac{\tau_i \cdot [K_c + 1,273]}{8,929}; 1,388, 1,388 - \lambda \cdot k + 1 \right) \right) \end{aligned} \quad (\text{V.23})$$

A FIGURA V. 11 apresenta simulações para diferentes valores dos parâmetros K_c , τ_i e λ que são apresentados na TABELA V. 11.

TABELA V. 11 – VALORES DOS PARÂMETROS DE SINTONIA DO CONTROLADOR \mathcal{PI}^λ :
CONJUNTO DE DADOS 02

Parâmetro	Caso			
	I	II	III	IV
K_c	5	5	5	1
τ_i	1,3	1	1	1
λ	0,1	0,1	1,1	1,1

FONTE: O Autor, (2009)

Similarmente aos casos anteriores, os valores foram escolhidos de forma a permitir a verificação da influência de cada parâmetro sobre o comportamento do laço de controle. Assim, a influência de K_c pode ser avaliada a partir dos casos III e

IV enquanto a influência de τ_i pode ser avaliada a partir dos casos **I** e **II**. Por fim, a influência de λ pode ser avaliada a partir dos casos **II** e **III**.

A principal consequência do aumento de K_c é a redução do *offset* e o aumento da velocidade de resposta da malha tendo em vista a diferença entre o valor da variável controlada e do *set-point*. Observa-se também que o aumento de τ_i leva a uma redução do *offset* que pode ser eliminado a partir do ajuste adequado dos parâmetros. A influência de λ depende dos valores de K_c e de τ_i , uma vez que os casos **I** e **II** têm comportamento diferente dos casos **IV** e **V**. Por fim, observa-se que valores de λ podem introduzir comportamento oscilatório.

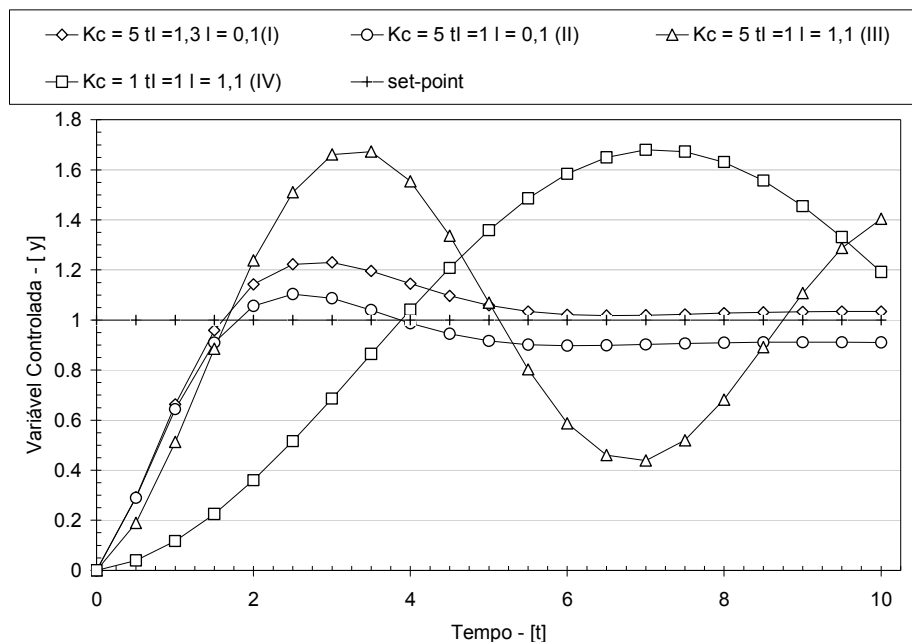


FIGURA V. 11 – VARIÁVEL CONTROLADA: CONTROLADOR PI^λ : CONJUNTO DE DADOS 02
FONTE: O Autor, (2009)

3.4 – CONTROLADOR $PI^{\lambda}D^{\mu}$

O controlador PID clássico apresenta uma melhora no controle uma vez que a ação integral elimina o *offset* e a ação derivativa tende a acelerar a eliminação do erro. Por outro lado, a ação integral acabar saturando o atuador, tornando o controlador ineficiente. O controlador $PI^{\lambda}D^{\mu}$ tem o parâmetro λ como sendo a ordem da integral, e o parâmetro μ como sendo a ordem da derivada que se tornam parâmetros de ajuste.

A função de transferência da malha fechada utilizando o controlador $PI^{\lambda}D^{\mu}$ é dada pela expressão a seguir:

$$\begin{aligned} \frac{Y(s)}{Y_{\text{SET-POINT}}(s)} &= \frac{G_c(s) \cdot G_p(s)}{1 + G_c(s) \cdot G_p(s)} = \\ &= \frac{K_c \cdot \tau_i \cdot \tau_D \cdot s^{\mu+\lambda} + K_c \cdot \tau_i \cdot s^{\lambda} + K_c}{\tau_i \cdot 8,929 \cdot s^{1,388+\lambda} + K_c \cdot \tau_i \cdot \tau_D \cdot s^{\mu+\lambda} + \tau_i \cdot [1,273 + K_c] \cdot s^{\lambda} + K_c} \end{aligned} \quad (V.24)$$

Enquanto que a solução, obtida com auxílio da TABELA III. 1, é dada por:

$$\begin{aligned} y(t) &= \left[\frac{K_c}{\tau_i \cdot 8,929} \right] \cdot \left(\sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m}{m!} \cdot \left(\frac{K_c}{\tau_i \cdot 8,929} \right)^k \sum_{k=0}^m \binom{m}{k} \cdot \left(\frac{\tau_i \cdot (K_c + 1,273)}{K_c} \right)^k \right) \cdot \\ &\varepsilon_m \left(t, -\frac{K_c \cdot \tau_D}{8,929}; 1,388 - \mu, (1,388 + \lambda) + (\mu + \lambda) \cdot m - \lambda \cdot k + 1 \right) + \\ &\tau_i \cdot \varepsilon_m \left(t, -\frac{K_c \cdot \tau_D}{8,929}; 1,388 - \mu, 1,388 + (\mu + \lambda) \cdot m - \lambda \cdot k + 1 \right) + \\ &\tau_i \cdot \tau_D \cdot \varepsilon_m \left(t, -\frac{K_c \cdot \tau_D}{8,929}; 1,388 - \mu, 1,388 + (\mu + \lambda) \cdot m - \lambda \cdot k + 1 - \mu \right) \end{aligned} \quad (V.25)$$

A FIGURA V. 12 apresenta simulações para diferentes valores dos parâmetros K_c , τ_i , λ , τ_D e μ que são apresentados na TABELA V. 12.

TABELA V. 12 – VALORES DOS PARÂMETROS DE SINTONIA DO CONTROLADOR $PI^{\lambda}D^{\mu}$: $\alpha > \mu$ - CONJUNTO DE DADOS 02

Parâmetro	Caso					
	I	II	III	IV	V	VI
K_c	1,3	1	1	1	1	1
τ_i	1	1	1	1	2	1
λ	1,5	1,5	1,9	1,5	1,5	1,5
τ_D	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	2,5
μ	1,2	1,2	1,2	0,5	0,5	1,2

FONTE: O Autor, (2009)

A influência de K_c pode ser observada a partir dos casos I e II, sendo que o aumento de K_c leva a uma redução no período da oscilação da variável controlada. A influência de λ pode ser observada a partir dos casos II e III, onde o aumento de λ induz um aumento na amplitude da variável controlada. A influência de μ pode ser observada a partir dos casos II e IV, onde praticamente não houve variação no valor da variável controlada para o conjunto de parâmetros utilizados. A influência de τ_i pode ser observada a partir dos casos IV e V, sendo que o aumento de τ_i torna o processo mais lento. Por fim, a influência de τ_D pode ser observada a partir dos

casos II e VI, onde observa-se que o aumento de τ_D leva a uma redução na velocidade do processo, tendo em vista o pequeno aumento do valor da variável controlada.

Para o caso em que $\mu > \alpha$, a função de transferência da malha fechada utilizando o controlador $PI^\lambda D^\mu$ é dada pela expressão a seguir:

$$\begin{aligned} \frac{Y(s)}{Y_{\text{SET-POINT}}(s)} &= \frac{G_c(s) \cdot G_p(s)}{1 + G_c(s) \cdot G_p(s)} = \\ &= \frac{K_c \cdot \tau_i \cdot \tau_D \cdot s^{\mu+\lambda} + K_c \cdot \tau_i \cdot s^\lambda + K_c}{K_c \cdot \tau_i \cdot \tau_D \cdot s^{\mu+\lambda} + \tau_i \cdot 8,929 \cdot s^{1,388+\lambda} + \tau_i \cdot [1,273 + K_c] \cdot s^\lambda + K_c} \end{aligned} \quad (V.26)$$

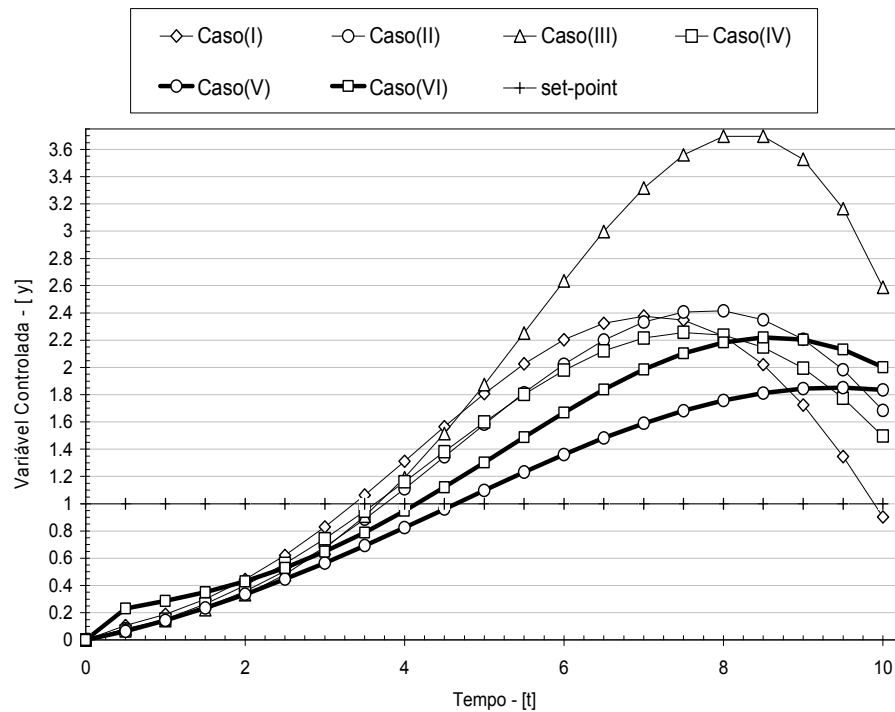


FIGURA V. 12 – VARIÁVEL CONTROLADA: CONTROLADOR $PI^\lambda D^\mu$: $\alpha > \mu$ – CONJUNTO DE DADOS 02

FONTE: O Autor, (2009)

A solução, obtida com auxílio da TABELA III. 1, é dada por:

$$\begin{aligned}
y(t) = & \left[\frac{1}{\tau_i \cdot \tau_D} \right] \cdot \left(\sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m}{m!} \cdot \left(\frac{1}{\tau_i \cdot \tau_D} \right)^m \sum_{k=0}^m \binom{m}{k} \cdot \left(\frac{\tau_i \cdot (\kappa_c + 1,273)}{\kappa_c} \right)^k \right) \\
& \varepsilon_m \left(t, -\frac{8,929}{\kappa_c \cdot \tau_D}; \mu - 1,388, (\mu + \lambda) + (1,388 + \lambda) \cdot m - \lambda \cdot k + 1 \right) + \\
& \tau_i \cdot \varepsilon_m \left(t, -\frac{8,929}{\kappa_c \cdot \tau_D}; \mu - 1,388, \mu + (1,388 + \lambda) \cdot m - \lambda \cdot k + 1 \right) + \\
& \tau_i \cdot \tau_D \cdot \varepsilon_m \left(t, -\frac{8,929}{\kappa_c \cdot \tau_D}; \mu - 1,388, (1,388 + \lambda) \cdot m - \lambda \cdot k + 1 - \mu \right) \Bigg)
\end{aligned} \tag{V.27}$$

A FIGURA V. 13 apresenta simulações para diferentes valores dos parâmetros κ_c , τ_i , λ , τ_D e μ que são apresentados na TABELA V. 13.

A influência de κ_c pode ser observada a partir dos casos III e IV enquanto a influência de λ pode ser observada a partir dos casos IV e V. A influência de μ , por sua vez, pode ser observada a partir dos casos V e VI e a influência de τ_i , a partir dos casos II e III. Por fim, a influência de τ_D pode ser observada a partir dos casos I e II.

Para todos os conjuntos de parâmetros observa-se a presença de comportamento oscilatório. Verifica-se também que o caso IV representa melhor o conjunto de parâmetros. A influência de κ_c , λ e μ dizem respeito, basicamente, à amplitude da variável controlada. O parâmetro τ_D influencia de forma decisiva o tempo necessário para que o *set-point* seja atingido pela primeira vez e o parâmetro τ_i influencia o período da oscilação.

TABELA V. 13 – VALORES DOS PARÂMETROS DE SINTONIA DO CONTROLADOR $\mathcal{PI}^{\lambda \mu}$: $\mu > \alpha -$ CONJUNTO DE DADOS 02

Parâmetro	Caso					
	I	II	III	IV	V	VI
κ_c	7	7	7	5	5	5
τ_D	5	2	2	2	2	2
τ_i	4	4	2	2	2	2
λ	1,5	1,5	1,5	1,5	0,5	0,5
μ	1,6	1,6	1,6	1,6	1,6	2

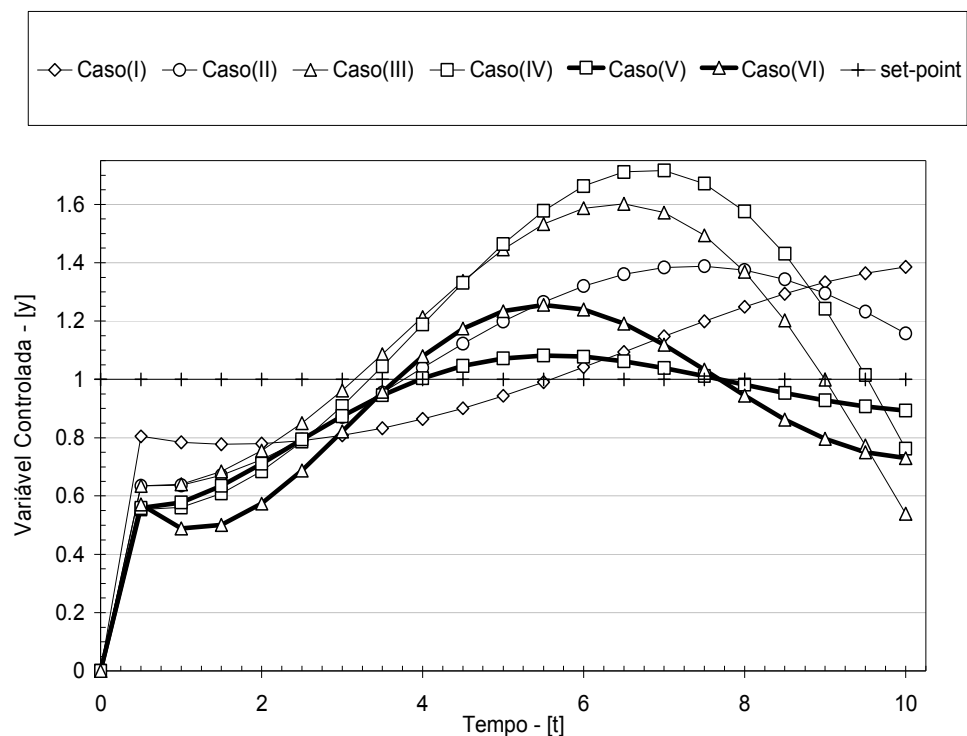


FIGURA V. 13 – VARIÁVEL CONTROLADA: CONTROLADOR $PI^{\lambda}D^{\mu}$: $\mu > \alpha$ – CONJUNTO DE DADOS 02

FONTE: O Autor, (2009)

3.5 – COMPARAÇÃO ENTRE CONTROLADORES

A TABELA V. 14 apresenta os valores dos critérios $ITAE$ e ISE (ver Capítulo III) para análise do desempenho das melhores malhas de controle para o conjunto de dados experimentais 02. Deve-se ressaltar que nenhuma técnica específica de sintonia de controlador foi utilizada, sendo o foco deste estudo apenas a avaliação da influência dos parâmetros de sintonia. Verifica-se que dependendo do critério, uma técnica pode ser melhor ou pior que a outra. Em linhas gerais, verifica-se que o controlador fracionário PD^{μ} , para o caso em que $\mu > \alpha$, é o melhor segundo ambos os critérios, enquanto que os controladores fracionários P , PI^{λ} e $PI^{\lambda}D^{\mu}$ (para o caso em que $\mu > \alpha$) também obtiveram bons resultados para os dois critérios de análise. Por fim, a FIGURA V. 14 apresenta o valor da variável controlada para os diversos controladores.

TABELA V. 14 – CRITÉRIOS DE DESEMPENHO ITAE E ISE - CONJUNTO DE DADOS 02

Controlador	ITAE	ISE
P	3,54	0,46
(I) PD ^μ : $\alpha > \mu$	7,39	0,72
(II) PD ^μ : $\mu > \alpha$	3,00	0,29
PI ^λ	3,15	0,66
(I) PI ^λ D ^μ : $\alpha > \mu$	28,78	4,01
(II) PI ^λ D ^μ : $\mu > \alpha$	3,86	0,59

FONTE: O Autor, (2009)

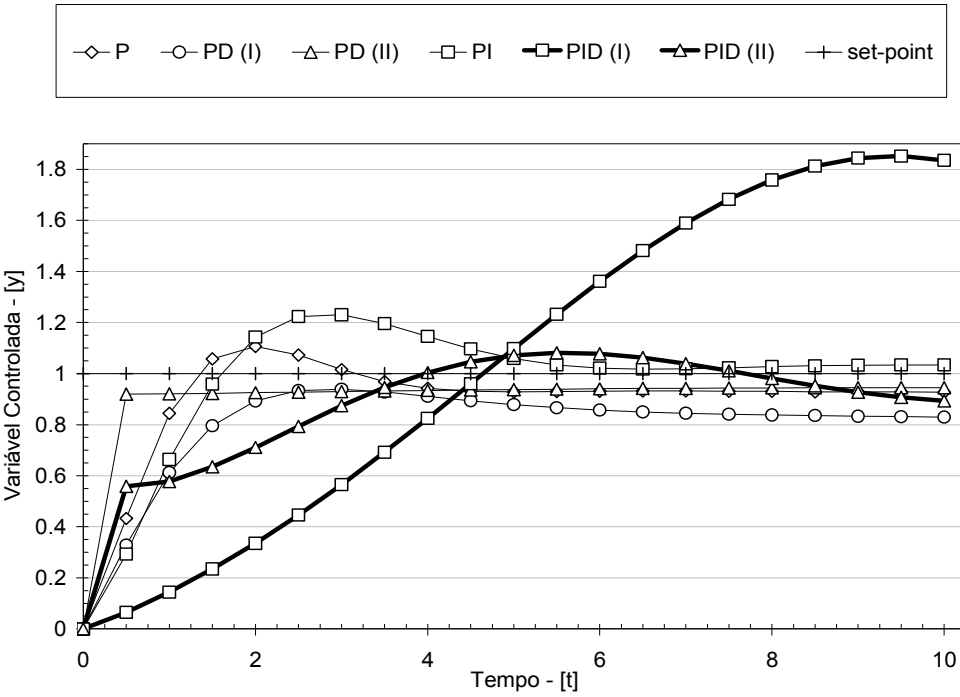


FIGURA V. 14 – VARIÁVEL CONTROLADA: CONJUNTO DE DADOS 02

FONTE: O Autor, (2009)

VI - CONTROLE POR MODELO INTERNO

1 – INTRODUÇÃO

Nesta seção, serão apresentados resultados referentes ao uso da técnica de controle por modelo interno (IMC) aplicada aos dois conjuntos de dados experimentais. O foco será a análise da influência dos parâmetros de sintonia do controlador e o estudo de duas abordagens distintas para o controle IMC. A primeira abordagem é referente ao uso do modelo interno como uma função de transferência fracionária, enquanto que a segunda abordagem se refere ao uso da hipótese de que o modelo interno é perfeito, ou seja, é igual ao processo.

2 – ABORDAGENS DE ANÁLISE

A função de transferência da malha de controle para problemas do tipo servo (alteração de *set-point*) é dada pela equação a seguir, sendo $G_{\text{CONTROLADOR}}(s) = G_c^*(s)$, $G_{\text{PROCESSO}}(s) = G_p(s)$ e $\tilde{G}_{\text{PROCESSO INTERNO}}(s) = \tilde{G}_{ip}(s)$.

$$\frac{Y(s)}{Y_{\text{SET-POINT}}(s)} = \frac{G_c^*(s) \cdot G_p(s)}{1 + G_c^*(s) \cdot (G_p(s) - \tilde{G}_{ip}(s))} \quad (\text{III.61})$$

O capítulo III apresenta o equacionamento do controle IMC, onde o parâmetro f é dado por:

$$f = \frac{1}{(\tau_c \cdot s^\phi + 1)} \quad (\text{III.65})$$

A abordagem 01, leva em consideração o uso de modelo interno derivado a partir de funções de transferência fracionária. Desta forma, o processo é descrito por uma função de transferência do tipo:

$$G_p(s) = \frac{1}{a_1 \cdot s + b_1} \quad (\text{VI.01})$$

Enquanto que o modelo interno é descrito por uma função de transferência do tipo:

$$\tilde{z}_{1p}(s) = \frac{1}{a \cdot s^\alpha + b} \quad (\text{VI.02})$$

Este modelo interno deve ser decomposto nas seguintes partes estável e instável, respectivamente:

$$\tilde{z}_{1p}^-(s) = \frac{1}{a \cdot s^\alpha + b} \quad (\text{VI.03})$$

$$\tilde{z}_{1p}^+(s) = 1 \quad (\text{VI.04})$$

Assim, a partir das Eq. (III.61), (III.65), (VI.01) e (VI.02), a função de transferência do laço de controle IMC é dada pela seguinte expressão, considerando $r=1$:

$$\frac{Y(s)}{Y_{\text{SET-PONIT}}(s)} = \frac{a \cdot s^\alpha + b}{a_1 \cdot \tau_c \cdot s^{1+\phi} + b_1 \cdot \tau_c \cdot s^\phi + a \cdot s^\alpha + b} \quad (\text{VI.05})$$

Na primeira abordagem, serão estudados casos particulares da Eq. (VI.05) dados pela TABELA VI. 1 apresentada a seguir.

TABELA VI. 1 – CASOS PARTICULARES DA ABORDAGEM 01 DO CONTROLE IMC

Caso	r	Ordem fracionária
I	1	$1 + \phi > \phi > \alpha$
II	1	$1 + \phi > \alpha > \phi$
III	1	$\alpha > 1 + \phi > \phi$

FONTE: O Autor, (2009)

Na segunda abordagem, o modelo do processo é considerado perfeito, ou seja, igual ao modelo interno. Assim, serão estudados casos particulares da função de transferência:

$$\frac{Y(s)}{Y_{\text{SET-PONIT}}(s)} = \frac{1}{(\tau_c \cdot s^\phi + 1)^r} \quad (\text{VI.06})$$

3 – ABORDAGEM 01 – CONJUNTO 01

Para o conjunto de dados 01, conforme os resultados apresentados no Capítulo IV, foram identificadas as seguintes funções de transferência inteira e fracionária, respectivamente:

$$\frac{Y(s)}{Y_{\text{SET-PONIT}}(s)} = \frac{1}{3,5063 \cdot s + 0,564} \quad (\text{VI.07})$$

$$\frac{Y(s)}{Y_{\text{SET-PONIT}}(s)} = \frac{1}{6,2992 \cdot s^{1,0252} + 1,8148} \quad (\text{VI.08})$$

Portanto, após manipulações algébricas, surge a seguinte função de transferência para o controle IMC:

$$\frac{Y(s)}{Y_{\text{SET-PONIT}}(s)} = \frac{6,2992 \cdot s^{1,0252} + 1,8148}{3,5063 \cdot \tau_c \cdot s^{1+\phi} + 0,564 \cdot \tau_c \cdot s^{\phi} + 6,2992 \cdot s^{1,0252} + 1,8148} \quad (\text{VI.09})$$

Para esta análise serão considerados os casos dados pela TABELA VI. 1, e os parâmetros de estudo são os apresentados na TABELA VI. 2.

TABELA VI. 2 – PARÂMETROS DE SINTONIA: ABORDAGEM 01 DO CONTROLE IMC – CONJUNTO DE DADOS 01

Caso I: $1 + \phi > \phi > \alpha$	Caso II: $1 + \phi > \alpha > \phi$	Caso III: $\alpha > 1 + \phi > \phi$
$\alpha = 1,0252$		
$\phi = 1,1$	$\phi = 0,8$	$\phi = 0,01$
$\tau_c = 1,5$ $\tau_c = 0,8$	$\tau_c = 1,5$ $\tau_c = 3$	$\tau_c = 1$ $\tau_c = 0,01$

FONTE: O Autor, (2009)

A FIGURA VI. 1 apresenta o comportamento da variável controlada para os parâmetros analisados, onde verifica-se que o caso I apresenta *overshoot*, diferentemente dos casos II e III. No entanto, para o caso II, verifica-se que, para o conjunto de parâmetros utilizados, o caso III é o que apresenta controle não só mais rápido, como também eficiente.

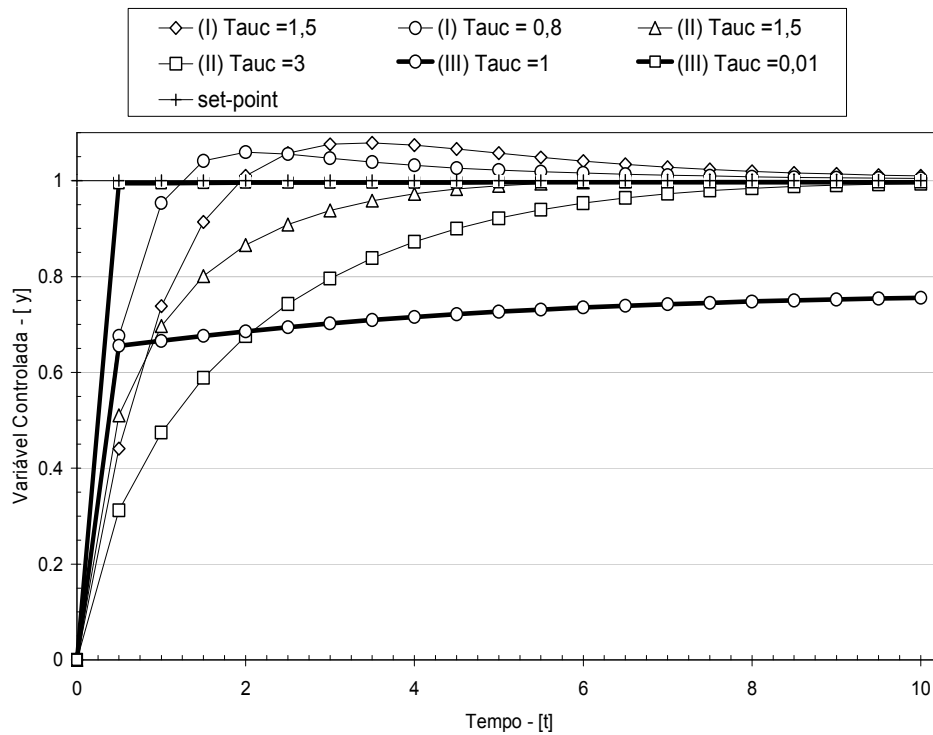


FIGURA VI. 1 – VARIÁVEL CONTROLADA: ABORDAGEM 01 DO CONTROLE IMC – CONJUNTO DE DADOS 01

FONTE: O Autor, (2009)

4 – ABORDAGEM 01 – CONJUNTO 02

Para o conjunto de dados 02, conforme os resultados apresentados no Capítulo IV, foram identificadas as seguintes funções de transferência inteira e fracionária, respectivamente:

$$\frac{Y(s)}{Y_{\text{SET-POINT}}(s)} = \frac{1}{0,0849 \cdot s + 1,7042} \quad (\text{VI.10})$$

$$\frac{Y(s)}{Y_{\text{SET-POINT}}(s)} = \frac{1}{8,929 \cdot s^{1,388} + 1,273} \quad (\text{VI.11})$$

Resultando na seguinte função de transferência para o controle IMC:

$$\frac{Y(s)}{Y_{\text{SET-POINT}}(s)} = \frac{8,929 \cdot s^{1,388} + 1,273}{0,0849 \cdot \tau_c \cdot s^{1+\phi} + 1,7042 \cdot \tau_c \cdot s^{\phi} + 8,929 \cdot s^{1,388} + 1,273} \quad (\text{VI.12})$$

Os casos considerados são dados pela TABELA VI. 1 e os parâmetros de estudo são apresentados na TABELA VI. 3. Apenas o caso III será simulado, pois foi o que apresentou um melhor comportamento. Os parâmetros utilizados estão na TABELA VI. 3.

TABELA VI. 3 – PARÂMETROS DE SINTONIA: ABORDAGEM 01 DO CONTROLE IMC – CONJUNTO DE DADOS 02

Caso III: $\alpha > 1 + \phi > \phi$	
$\alpha = 1,388$	
$\phi = 0,1$	
$\tau_c = 1$	$\tau_c = 0,1$

FONTE: O Autor, (2009)

A FIGURA VI. 2 apresenta o comportamento da variável controlada para os parâmetros analisados e através dela verifica-se que o processo apresenta uma leve tendência de oscilação, que aumenta com o aumento do valor do parâmetro τ_c . Deve-se ainda ressaltar a velocidade da variável controlada, tendo em vista que esta alcança o *set-point* logo nos instantes iniciais.

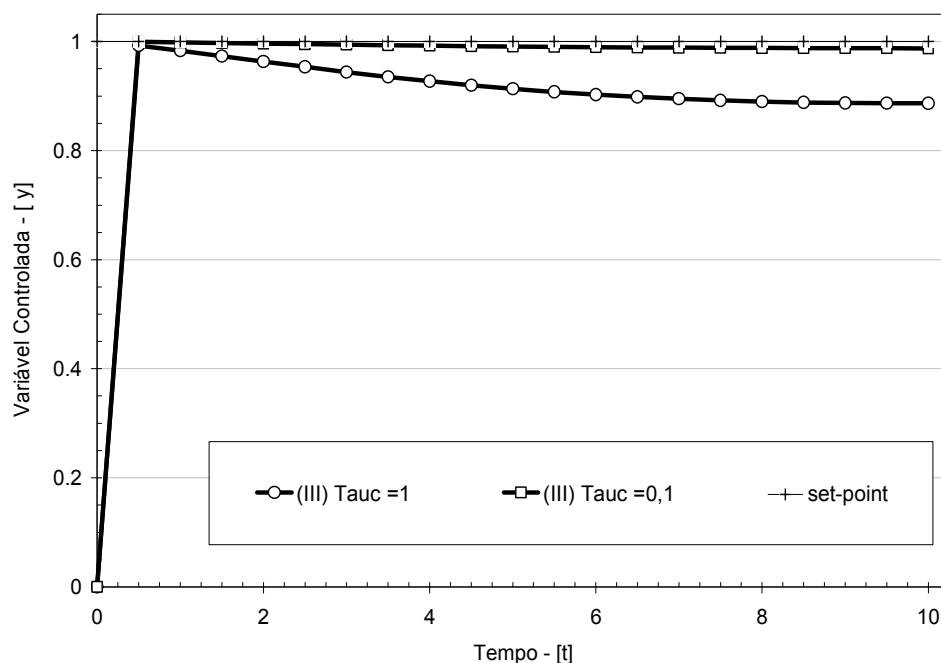


FIGURA VI. 2 – VARIÁVEL CONTROLADA: ABORDAGEM 01 DO CONTROLE IMC – CONJUNTO DE DADOS 02

FONTE: O Autor, (2009)

5 – ABORDAGEM 02

Na abordagem 02, o modelo do processo é considerado perfeito, idêntico ao modelo interno, e por isso a função de transferência do processo é igual à função de transferência do modelo interno, fazendo com que o denominador da equação III.61 seja unitário.

$$\frac{Y(s)}{Y_{\text{SET-POINT}}(s)} = \frac{C_{IC}^*(s) \cdot C_{IP}(s)}{1 + C_{IC}^*(s) \cdot (C_{IP}(s) - \tilde{C}_{IP}(s))} \quad (\text{III.61})$$

Desta forma, para ambos os conjuntos de dados, a função de transferência é dada por:

$$\frac{Y(s)}{Y_{\text{SET-POINT}}(s)} = \frac{1}{(\tau_c \cdot s^\phi + 1)^r} \quad (\text{VI.06})$$

Considerando um degrau unitário como perturbação para o *set-point*, a transformada de Laplace inversa da Eq. (VI.6), obtida com o auxílio da Eq. (III.24), apresentada a seguir.

$$C_I(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{s^v}{(s^k - a)^r}; \quad y(t) = 1 - \sum_{j=0}^{\infty} \frac{\{(-r) \cdot (-1-r) \cdot \dots \cdot (-1-r-j)\} \cdot a^j \cdot t^{(r+j)k-v-1}}{\Gamma(1+j) \cdot \Gamma((r+j) \cdot k - v)} \quad (\text{III.24})$$

A TABELA VI. 4 apresenta os parâmetros de sintonia do controlador IMC para a segunda abordagem e a FIGURA VI. 3 apresenta o comportamento da variável controlada para os diferentes conjuntos de parâmetros de sintonia manipulados.

TABELA VI. 4 – PARÂMETROS DE SINTONIA: ABORDAGEM 02

Parâmetro	Caso			
	I	II	III	IV
r	0,3	0,3	0,3	1,3
τ_c	1	0,1	1	1
ϕ	1	1	0,5	0,5

FONTE: O Autor, (2009)

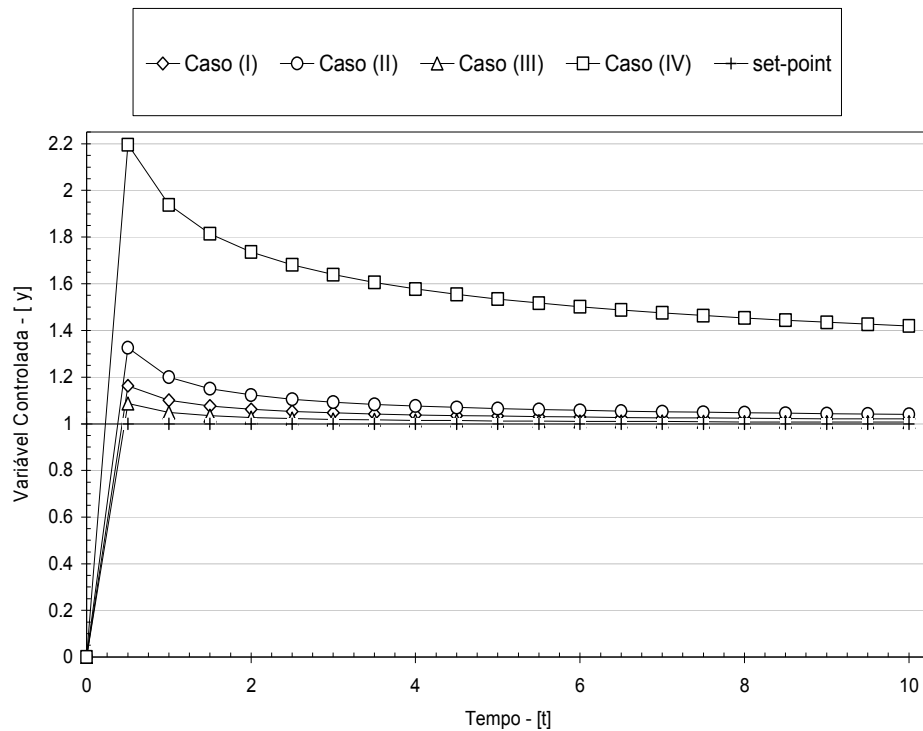


FIGURA VI. 3 – VARIÁVEL CONTROLADA: ABORDAGEM 02 DO CONTROLE IMC
 FONTE: O Autor, (2009)

A partir da FIGURA VI. 3 infere-se que r tende a aumentar o *overshoot* e o *offset* do sistema, e que os parâmetros τ_C e ϕ afetam a velocidade do processo, pois quanto maiores são os seus valores, mais rapidamente a variável controlada atinge o *set-point*.

VII - CONCLUSÕES E SUGESTÕES

1 – CONCLUSÕES

A indústria petroquímica responde por uma grande porcentagem do fornecimento de fontes de energia e matéria-prima para outros processos industriais no mundo moderno. A engenharia de processamento consiste, entre outras atividades, da busca novas técnicas (algoritmos) de controle, visando à operação do processo e de equipamentos de maneira mais eficiente. Estas técnicas buscam anular o efeito de possíveis distúrbios presentes nas variáveis operacionais, para se fazer a transição de estados estacionários, a partir de mudanças de *set-point*, de modo mais seguro e eficiente, satisfazendo ainda a legislação ambiental.

Neste trabalho, aplicou-se a técnica de identificação e controle fracionário à dois sistemas comuns na indústria petroquímica, um forno e um bioreator. A partir de dados experimentais obtidos na literatura procedeu-se a identificação fracionária a partir de três estratégias propostas: i) solução de sistemas não-lineares de equações algébricas; ii) problema multivariável de otimização não-linear determinística; iii) problema multivariável de otimização não-linear heurística. Deve-se ressaltar que os modelos identificados foram submetidos à testes estatísticos para avaliação da qualidade do ajuste. Foram conduzidos testes qualitativos a partir da análise visual de gráficos comparando valores preditos pelos modelos e valores experimentais. Foram também conduzidos testes quantitativos a partir do cálculo do coeficiente de correlação, teste de hipótese de média e variância e teste de Chi-quadrado. A segunda estratégia mostrou-se mais eficiente, com modelos que satisfizeram todos os testes quantitativos, e apresentaram qualitativamente um bom ajuste.

Em uma segunda etapa, o modelo fracionário identificado anteriormente foi utilizado em simulações de controle fracionário, sendo utilizados 4 tipos de controladores: P , PD , PI e PID , todos de ordem fracionária. Foram conduzidas simulações com o intuito de avaliar a influência de cada parâmetro, em situações de controle servo com degrau unitário no *set-point*, sendo que os controladores foram capazes de fazer a transição de maneira adequada. As malhas de controle foram avaliadas utilizando-se critérios $ITAE$ e ISE , verificando-se que o controle fracionário

P_I e P_D demonstraram superior capacidade de controle. No entanto, deve-se lembrar que não foi utilizada nenhuma técnica específica para sintonia dos controladores, uma vez que o foco da pesquisa foi o estudo da influência dos parâmetros.

Por fim, foi introduzido o conceito de controle IMC fracionário. Ambos os sistemas foram submetidos ao controle servo, sendo conduzidas simulações para avaliar a influência dos parâmetros do laço IMC proposto. No estudo do controle IMC fracionário foram conduzidas duas abordagens. Na primeira abordagem, tanto o modelo interno como o fator f foram descritos a partir de funções de transferência fracionárias. Já na segunda abordagem foi considerado um modelo perfeito, mas com a função de transferência da malha expressa a partir de equações diferenciais fracionárias. Novamente, verificou-se que o controle fracionário foi capaz de fazer a transição do *set-point* de maneira adequada, sendo que qualitativamente, o controle IMC mostrou-se melhor que o controle PID fracionário.

2 – SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Este trabalho representa a primeira etapa no desenvolvimento da engenharia de sistemas fracionários. Assim, como trabalhos futuros, destacam-se:

- a) Identificação fracionária com variância não constante;
- b) Identificação fracionária considerando diferentes valores para os parâmetros fracionários;
- c) Identificação fracionária de sistemas com ruídos;
- d) Estudo de controle fracionário de sistemas com tempo morto;
- e) Estudo de controle fracionário em sistemas multivariáveis;
- f) Digitalização de controladores fracionários.

VIII - REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AGUIRRE,L.A **Introdução à Identificação de Sistemas:** técnicas lineares e não-lineares aplicadas a sistemas reais. 3^a Ed. Editora UFMG: Belo Horizonte, 2007.

AHMAD,W.M.; EL-KHAZALI,R.; AL-ASSAF,Y. **Stabilization of generalized fractional order chaotic systems using state feedback control.** Chaos, Solitons & Fractals. 22, 141-150, 2004.

ARIS,R. **Ends and beginnings in the mathematical-modeling of chemical-engineering systems.** Chemical Engineering Science. 48, 2507-2517, 1993.

ANASTASIO,T.J. **The fractional order dynamics of brainstem vestibulo-oculomotor neurons.** Biological Cybernetics. 72, 69-79, 1994.

BAGLEY,R.L.; TORVIK,P.J. **A On the fractional calculus model of viscoelastic behavior.** Journal of Rheology. 30, 133-155, 1986.

BARBOSA,R.S.; MACHADO,J.A.T.; FERREIRA,I.M. **Tuning of PID controllers based on Bode's ideal transfer function.** Nonlinear Dynamics. 38, 305-321, 2004.

BARD,Y. **Nonlinear Parameter Estimation.** 1ST Ed. Academic Press: New York, 1974.

BEQUETTE,B.W. **Process Dynamics:** Modeling, Analysis, and Simulation. 1ST Ed. Prentice-Hall: Upper Saddle River, 1998.

BONNET,C.; PARTINGTON,J.R. **Stabilization of some fractional delay systems of neutral type.** Automatica. 43, 2047-2053, 2007.

BROSILOW,C.; JOSEPH,B. **Techniques of Model-Based Control.** 1ST Ed. Prentice-Hall: Upper Saddle River, 2002.

CAO,J.Y.; LIANG,J.; CAO,B.G. **Optimization of fractional order PID controllers based on genetic algorithms.** Proceedings of the Fourth International Conference on Machine Learning and Cybernetics. 2005.

CALDERÓN,A.J.; VINAGRE,B.M.; FELIU,V. **Fractional order control strategies for power electronic buck converters.** Signal Processing. 86, 2803-2819, 2006.

CAMACHO,E.F.; BORDONS,C. **Model Predictive Control**. 1ST. Ed. Springer-Verlag: London, 1999.

CAMPOS,M.M.;SAITO,K. **Sistemas Inteligentes em Controle e Automação de Processos**. 1^a. Ed. Editora Ciência Moderna: Rio de Janeiro, 2004.

CÂMARA,C.T.; LENZI,M.K.; LENZI,M.K. **Uso de equações diferenciais fracionárias como técnica alternativa para a identificação de processos químicos**. 16 Evento Anual de Iniciação Científica da UFPR. 2008.

CAPUTO,M. **Linear model of dissipation whose Q is almost frequency independent – II**. Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society. 13, 529-539, 1967.

CRANK,J. **The Mathematics of Diffusion**. 2nd Ed. Oxford University Press: New York, 1980.

DE LA SEN, M. **Robust stability analysis and dynamic gain-scheduled controller design for point time-delay systems with parametrical uncertainties**. Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation. 13, 1131-1156, 2008.

DENG, W. **Short Memory Principle and a Predictor-Corrector Approach for Fractional Differential Equations**. Journal of Computational and Applied Mathematics. 206, 174-188, 2007.

DORÇAK, L. **Numerical Models for the Simulation of the Fractional-Order Control Systems**. Slovak Academy of Sciences – Institute of Experimental Physics. Report UEF 04. 1994.

EMBIRUÇU, M.; LIMA,E.L.; PINTO,J.C. **A survey of advanced control of polymerization reactors**. Polymer Engineering and Science. 36, 433-447, 1996.

FLAKE, G. W. **The Computational Beauty of Nature: Computer Explorations of Fractals, Chaos, Complex Systems and Adaptaion**. 3rd Ed. Cambridge : The MIT Press, 1999.

FERREIRA, N. M. F.; DUARTE, F. B.; LIMA, M. F. M.; MARCOS, M. G.; MACHADO, J. A. T. **Application of fractional calculus in the dynamical systems analysis and control of mechanical manipulators**. Fractional Calculus & Applied Analysis. 11, 91-113, 2008.

GARCIA, C. E.; MORARI, M. **Internal model control I. A unifying review and some new results.** Industrial Engineering & Chemistry. Process Design & Development. 21, 308-323, 1982.

HARTLEY, T. T.; LORENZO, C. F. **Fractional-order system identification based on continuous order-distributions.** Signal Processing. 83, 2287-2300, 2003.

HARTLEY, T. T.; LORENZO, C. F. **Dynamics and control of initialized fractional-order systems.** Nonlinear Dynamics. 29, 201-233, 2002.

HARTLEY, T. T.; LORENZO, C. F. **Generalized functions for the fractional calculus.** NASA Technical Paper 1999-209424/REV1, 1999.

HICKS, J.; MOHAN, A.; RAY, W. H. **The optimal control of polymerization reactors.** Canadian Journal of Chemical Engineering. 47, 590-597, 1969.

HILFER, R. **Applications of Fractional Calculus in Physics.** 1ST Ed. World Scientific: Singapore, 2000.

HIMMELBLAU, D. M. **Process Analysis by Statistical Methods.** 1ST Ed. John Wiley & Sons: New York, 1970.

HIMMELBLAU, D. M.; EDGAR, T. F. **Optimization of Chemical Processes.** 1ST Ed. McGraw-Hill: New York, 1988.

IMSL. International Mathematics & Statistics Library – Math Library: Volume 1/2. Visual Numerics: New York, 1994a.

IMSL. International Mathematics & Statistics Library – Math Library: Special Functions. Visual Numerics: New York, 1994b.

ISIDORI, A. **Nonlinear Control Systems.** 3RD Ed. Springer-Verlag: Berlin, 1995.

JOHNSON, R. A.; WICHERN, D. W. **Applied Multivariate Statistical Analysis.** 5TH Ed. Prentice-Hall: Upper Saddle River, 2002.

KANTER, J. M.; SOROUSH, M.; SEIDER, W. D. **Continuous-time, nonlinear feedback control of stable processes.** Industrial Engineering and Chemistry Research. 40, 2069-2078, 2001.

KHAN, Z. S.; MORRIS, S. W. **Subdiffusive axial transport of granular materials in a long drum mixer**. Physical Review Letters. 94, 048002, 2005.

KOPPEL, L. B. **Introduction to Control Theory with Applications to Process Control**. 1ST Ed. Prentice-Hall: Englewood Cliffs, 1968.

LADACI, S.; LOISEAU, J. J.; CHAREF, A. **Fractional order adaptive high-gain controllers for a class of linear systems**. Communications in nonlinear Science and Numerical Simulation. 13, 707-714, 2008.

LADACI, S.; CHAREF, A. **On fractional adaptive control**. Nonlinear Dynamics. 43, 365-378, 2006.

LEBEDEV, N. N. **Special Functions and Their Applications**. 1ST Ed. Dover Publications: New York, 1972.

LENZI, E. K.; LENZI, M. K.; MENDES, R. S.; GONCALVES, G. ; SILVA, L. R. **Fractional diffusion equation and Green function approach: Exact solutions**. Physica A. 360, 215-226, 2006.

LEVENSPIEL, O. **Modeling in chemical engineering**. Chemical Engineering Science. 57, 4691-4696, 2002.

LI, L.; FAJUN, Y.; LIU, X. **Feedback control of fractional nonlinear differential algebraic systems with Hamiltonian function method**. Applied Mathematics and Computation. 197, 904-9013, 2008.

MA, C.; HORI, Y. **The time-scaled trapezoidal integration rule for discrete fractional order controllers**. Nonlinear Dynamics. 38, 171-180, 2004a.

MA, C.; HORI, Y. **Fractional order control and its application of PI^αD controller for robust two-inertia speed control**. IEEE Conference. 2004b.

MACHADO, J. A. T. **A probabilistic interpretation of the fractional-order differentiation**. Fractional Calculus & Applied Analysis. 6, 73-80, 2003.

MANABE, S. **The non-integer integral and its application to control systems**. Electrotechnical Journal of Japan. 6, 83-87, 1961.

MATIGNON, D.; D'ANDREA-NOVEL, B. **Observer-based controllers for fractional differential systems**. Proceedings of the 36th Conference on Decision & Control. 1997.

MONJE,C.A.; CALDERON,A.J.; VINAGRE,B.M.; CHEN,Y.Q; FELIU,V. **On fractional PI^λ controllers: some tuning rules for robustness to plant uncertainties.** Nonlinear Dynamics. 38, 369-381, 2004.

MORARI,M.; ZAFIRIOU,E. **Robust Process Control.** 1ST Ed. Prentice-Hall: Englewood Cliffs, 1989.

NELLES,O. **Nonlinear System Identification: From classical approaches to neural networks and fuzzy models.** 1ST Ed. Springer-Verlag: Berlin, 2001.

OHSHIMA,M.; TANIGAKI,M. **Quality control of polymer production processes.** Journal of Process Control. 10, 135-148, 2000.

OLDHAM,K.B. **Semiintegration of cyclic voltammograms.** Journal of Electroanalytical Chemistry. 72, 371-378, 1976.

OLDHAM,K.B.; SPANIER,J. **The Fractional Calculus.** 1ST Ed. Dover Publications: New York, 2006.

OTTO,M. **Chemometrics: Statistics and Computer Application in Analytical Chemistry.** 1ST Ed. Wiley-VHC: New York, 1999.

OUSTALOUP,A. **Etude et realization d'un système d'asservissement d'ordre 3/2 de la fréquence d'un laser à colorant continu'.** Ph.D. Thesis. Université Bordeaux I, França, 1975.

OUSTALOUP,A.; MOREAU,X.; NOUILLANT,M. **The CRONE suspension.** Control Engineering Practice. 4, 1101-1108, 1996.

PEARSON,R.K. **Nonlinear empirical modeling techniques.** Computers & Chemical Engineering. 30, 1514-1528, 2006.

PINTO,J.C.; LAGE,P.L.C. **Métodos Numéricos em Problemas de Engenharia Química.** 1ST Ed. Editora e-Papers: Rio de Janeiro, 2001.

PIVKA,L.; SPANY,V. **Boundary surfaces and basin bifurcations in Chua's circuit.** Journal of Circuits, Systems and Computers. 3, 441-470, 1993.

PODLUBNY,I. **Fractional order systems and $PI^\lambda D^\mu$ -controllers.** IEEE Transactions on Automatic Control. 44, 208-214, 1999a.

PODLUBNY,I. **Fractional Differential Equations.** 1ST Ed. Academic Press: New York, 1999b.

POINOT,T.; TRIGEASSOU,J.C. **Identification of fractional systems using an output-error technique.** Nonlinear Dynamics. 38, 133-154, 2004.

POMMIER,V.; SABATIER,J.; LANUSSE,P.; OUSTALOUP,A. **CRONE control of a nonlinear hydraulic actuator.** Control Engineering Practice. 10, 391-402, 2002.

RAYNAUD,H.F.; ZERGAÏNOH,A. **State-space representation for fractional order controllers.** Automatica. 36, 1017-1021, 2000.

RICE,R.G.; DO,D.D. **Applied Mathematics and Modeling for Chemical Engineers.** 1ST Ed. John Wiley & Sons: New York, 1995.

SABATIER,J.; OUSTALOUP,A.; ITURRICHIA,A.G.; LANUSSE,P. **CRONE control: Principles and extension to time-variant plants with asymptotically constant coefficients.** Nonlinear Dynamics. 29, 363-385, 2002.

SABATIER,J.; POULLAIN,S.; LATTEUX,P.; THOMAS,J.L.; OUSTALOUP,A. **Robust speed control of a low damped electromechanical system based on CRONE control: Application to a four mass experimental test bench.** Nonlinear Dynamics. 38, 383-400, 2004.

SARGENT,R.W.H. **Optimal Control.** Journal of Computational and Applied Mathematics. 124, 361-371, 2000.

SCHORK,F.J.; DESHPANDE,P.B.; LEFFEW,K.W. **Control of Polymerization Reactors.** 1ST Ed. Marcel Dekker: New York, 1993.

SECCHI,A.R.; LIMA,E.L.; PINTO,J.C. **Constrained optimal batch polymerization reactor control.** Polymer Engineering Science. 30, 1209-1219, 1990.

SEBORG,D.E.; EDGAR,T.F.; MELLICHAMP,D.A. **Process Dynamics and Control.** John Wiley & Sons: New York, 2003.

SEBORG,D.E. **A perspective on advanced strategies for process control (Revisited).** European Control Conference. August, pp. 01-32, 1999.

SEBORG,D.E.; HENSON,M.A. **Nonlinear Process Control.** Prentice-Hall: Upper Saddle River, 1996.

SILVA,M.F.; MACHADO,J.A.T.; LOPES,A.M. **Fractional order control of a hexapod robot.** Nonlinear Dynamics. 38, 417-433, 2004.

TAVAZOEI,M.S.; HAERI,M. **Chaos control via a simple fractional-order controller.** Physics Letters A. 372, 798-807, 2008.

VALÉRIO,D.; COSTA,J.S. **Tuning of fractional PID controllers with Ziegler-Nichols-type rules.** Signal Processing. 86, 2771-2784, 2006.

VUOLO,J.H. **Fundamentos da Teoria de Erros.** 1^a. Ed. Edgard Blücher: São Paulo, 1992.

XUE,D.; CHEN,Y.Q. **A comparative introduction of four fractional order controllers.** Proceedings of the 4th World Congress on Intelligent Control and Automation.2002.

ZENG,Q.S.; CAO,G.Y.; ZHU,X.J. **The effect of the fractional-order controller's orders variation on the fractional-order control systems.** Proceedings of the First International Conference on Machine Learning and Cybernetics. 2002.